

Université de Nancy - Faculté des Sciences

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE NANCY

POUR OBTENIR

le Titre de Docteur de l'Université de Nancy

MENTION " SCIENCES "

PAR

Étienne KONDOR

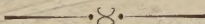
Ingénieur E. P. Z.



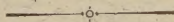
1^{re} THÈSE. — Calculs numériques de murs de soutènement

2^e THÈSE. — Propositions données par la Faculté :
Constitution des briques de silice.

Soutenues le 4 Juin 1937, devant la Commission d'Examen



Président . . .	MM. E. HUSSON
Examineurs . . .	{ A. TRAVERS
	{ J. LERAY



NANCY

SOCIÉTÉ D'IMPRESSIONS TYPOGRAPHIQUES

1937



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547411_0019

Université de Nancy - Faculté des Sciences

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE NANCY

POUR OBTENIR

le Titre de Docteur de l'Université de Nancy

MENTION " SCIENCES "

PAR

Étienne KONDOR

Ingénieur E. P. Z.

1^{re} THÈSE. — Calculs numériques de murs de soutènement

2^e THÈSE. — Propositions données par la Faculté :
Constitution des briques de silice.

Soutenues le 4 Juin 1937, devant la Commission d'Examen

Président . . .	MM. E. HUSSON
Examineurs . . {	A. TRAVERS
	J. LERAY

NANCY

SOCIÉTÉ D'IMPRESSIONS TYPOGRAPHIQUES

1937

Université de Nancy - Faculté des Sciences

Doyen: M. CORNUBERT

Assesseur: M. GAIN

Doyen honoraire: M. LEAU

Professeurs honoraires:

MM. CARTAN, BLAISE, GUYOT, DARMOIS E.,
GUTTON, CROZE, VAVON, DARMOIS G.

Maîtres de conférences honoraires: MM. FEREE.

DELATOUR, RICHARD, FRIEDEL.

Professeurs:

MM. CUENOT	Zoologie.
MAUDUIT	Electrotechnique.
GAIN	Botanique.
HUSSON.	Mécanique rationnelle.
TRAVERS.	Chimie industrielle.
BOURION.	Chimie physique et Electro- chimie.
LEAU	Calcul différentiel et intégral.
FALLOT	Géologie.
CORNUBERT	Chimie organique.
LONGCHAMBON. .	Minéralogie.
COURTOT	Chimie appliquée à la teinture.
BOUIN	Zoologie appliquée.
DE MALLEMAN ..	Physique.
CHEVALLIER	Physique.
LAFFITTE	Chimie minérale.
URION	Chimie.
DELSARTE	Analyse supérieure.
DUBREIL	Mathématiques appliquées.
JOLY.	Géologie de Lorraine.
LAPORTE	Physique.

Maîtres de Conférences:

MM. POIROT	Physique.
LERAY	Mathématiques
LENOIR	Botanique.

Secrétaire M. LAPOINTE.



A la mémoire de

MONSIEUR LE PROFESSEUR

PAUL MENTRÉ

Hommages émus et reconnaissants.

NOTATIONS

A, B, C	coefficients des équations en $t = c/h$ et en $t' = d/H$ (voir pages 33, 57, etc.).
A'	coefficient de correction (voir page 27).
C'	constante (voir page 23)
$F_1, F_2, \dots, F_8$	fonctions auxiliaires (voir pages 33, 34, 37, 40, 42, 43)
H	hauteur totale du mur semelle comprise (voir fig. 17, 18, page 54, etc.).
I	coefficient (voir pages 38, 40, 42)
K_1, K_2 , etc.	constantes de l'équation en t (voir pages 36, 37, 38)
M, M_n	moment statiques (voir pages 32, 53, etc.).
N, N_1, N' , etc.	forces verticales (voir pages 32, 40, 54, etc.).
P	charge isolée sur la surface libre (voir fig. 4, pages 23, 24, etc.).
P_c	poids de la console, du remblai et de la surcharge éventuelle (voir page 38).
Q_γ	composante horizontale de la poussée totale des terres sans l'influence de la surcharge (voir fig. 7)
Q_p	composante horizontale de la poussée totale due à la surcharge (voir fig. 7 et page 20)
Q	$= Q_\gamma + Q_p$, composante horizontale de la poussée totale (voir page 16, etc.)
Q_v	composante verticale de la poussée totale (voir page 19)
Q_b	poussée en sens opposé relative à la base du mur (voir p. 57).
R	compression du béton ou de la maçonnerie (voir page 32, etc.)
R_s, R_{st}	pressions sur le sol (voir pages 53, 54, etc.).
S	fonction auxiliaire (voir page 40)
T	tension de cisaillement (voir page 43)
W	pression verticale unitaire des terres (voir page 15)
a	distance de la résultante des forces à la fibre extrême de la section (voir fig. 8 et page 32)
b	longueur de répartition de la charge restreinte sur la surface libre (voir fig. 6 et page 25)
b_1	idem, dans le sens parallèle à la crête du mur (voir page 28)
c	épaisseur du mur (voir fig. 8, page 31, etc.)
c_m	épaisseur moyenne du mur (voir page 31, etc.)
c_0	épaisseur du mur à la crête (voir fig. 9)

c_b	largeur de la semelle d'assise du mur (voir fig. 17, 18, pages 53, 54, etc.).
c'	largeur de la partie saillante de la semelle du mur (voir fig. 17, page 65).
d	largeur d'empattement de la semelle (voir fig. 18, p. 57, 58, etc.).
e	base des logarithmes naturels (voir page 20)
e'	épaisseur de la console (voir page 40)
i	distance de la résultante des forces verticales au plan arrière du mur (voir fig. 13 et page 47)
h	hauteur du mur (voir fig. 1, 2, pages 16, 31, etc.).
h_1, h_2	hauteurs partielles (voir fig. 7, 11, 12, pages 29, 38, etc.).
h_b	hauteur de la semelle d'assise (voir fig. 17, 18 et pages 53, 54, etc.).
h_R	distance à la crête du mur du point d'application de la résultante en cas de surcharge isolée ou restreinte (voir fig. 5 et page 25).
h'	hauteur auxiliaire (voir fig. 1 et 1 ^a).
$k_1, k_2, \text{ etc.}$	constantes (voir pages 47, 48, etc.).
l	distance horizontale de la charge P à la crête du mur (voir fig. 5, pages 25 et 26).
m_1, m_2, m_3, m_4	fonctions auxiliaires (voir pages 58, 62, etc.).
n_1, n_2, n_3, n_4	id.
p	surcharge située sur la surface libre, par unité de surface horizontale (voir fig. 1, 1 ^a , 2, pages 16, 20, etc.).
p'	même surcharge par unité de surface inclinée (voir pages 16, 20, etc.).
p_r	surcharge virtuelle équivalente à une charge isolée (voir page 28).
p_{1r}	idem, en cas de répartition dans les deux sens (voir page 28).
q	ordonnée du diagramme des poussées (voir page 17).
q'	poussée unitaire (composante horizontale de la contrainte) (voir fig. 1, 1 ^a et page 17).
q_v	valeur auxiliaire de poussée (voir page 16).
q_{pc}	contrainte relative à un plan incliné due à la surcharge (voir page 20).
r	rayon (ordonnées polaires) (voir fig. 4, page 23).
s	longueur de la droite arrière du mur (voir fig. 1, 1 ^a , page 16, etc.).
t	$= c/h$ (valeur auxiliaire) (voir page 33).
t'	$= d/H$ (valeur auxiliaire) (voir page 58, etc.).
x, x_i	abscisses (horizontales) (voir fig. 13, pages 48, 49, 65).

z	ordonnées (verticales) (voir fig. 1, 1 ^a , 13, pages 15, 47).
α	angle d'inclinaison de la surface libre avec le plan horizontal (voir fig. 1, 2, 7, page 16, etc.).
α'	angle que fait la contrainte de la surface libre avec la normale à cette surface (voir fig. 2, pages 20, 21, 22).
α_0, β	angles (voir fig. 5, pages 24 et 25).
Γ	coefficient caractéristique de la position de la poussée relativement à la hauteur h du mur (voir fig. 8, page 31, etc.).
γ	poids spécifique de la terre (voir pages 16, etc.).
γ_m	poids spécifique du béton ou de la maçonnerie (voir page 31).
γ_c	poids spécifique du béton armé de la console (voir page 40).
Δ	coefficient caractéristique de l'encorbellement dans le cas du mur à console et du mur de RABUT (voir fig. 11, 12 et page 40).
δ	angle du plan de mur avec le plan de glissement (voir fig. 2, pages 20, 21 et 22).
$\varepsilon, \varepsilon'$	angles auxiliaires de l'équilibre élastique (voir page 21).
$\zeta, \zeta', \eta, \eta'$	fonctions auxiliaires (voir pages 33, 34, 59, 60).
Θ	fonction auxiliaire (voir page 29).
x	$= h_1/h$ (voir page 38).
Λ	coefficient caractéristique de la position de la poussée par rapport à l'épaisseur du mur (voir fig. 8, pages 31, 33, etc.).
λ	$= c_0/c$ (voir page 34).
λ_0	coefficient fictif, analogue à λ , relatif à toute la hauteur du mur semelle comprise (voir page 56).
μ	fonction auxiliaire (voir page 34).
ν, ν_1, ν_2	coefficients de poussée (voir fig. 7, pages 15, 17, 29, etc.).
ν'	valeur auxiliaire caractéristique de la poussée (voir page 17).
ν_D	coefficient de poussée relatif à la surcharge (voir page 21).
ν_b	coefficient de poussée afférent à Q_b (voir page 57).
ξ	hauteur additionnelle fictive due à la surcharge (voir pages 16, 22).
φ	coefficient caractéristique de la position de la résultante des forces verticales (voir fig. 8, pages 31, 33, etc.).
$\sigma, \sigma_1, \sigma_x, \sigma_z$	tensions (composantes normales de la contrainte) (voir p. 23).
τ, τ_x, τ_z	efforts de glissements (composantes tangentielles de la contrainte) (voir page 23).
Υ	$= h_2/h$ (voir page 29).
Φ	fonction caractéristique de la poussée (voir page 17).
φ	angle de frottement interne (voir pages 14, 15, etc.).

- $\varphi', \varphi'_1, \varphi'_2$ angles de la contrainte avec la normale au plan du mur (voir fig. 1, 1^a, pages 11, 14, 29, etc.).
- φ_s angle de frottement entre la semelle du mur et le sol (voir pages 55, 65).
- Ψ $= c_m/c$ (coefficient caractéristique de l'épaisseur moyenne du mur) (voir pages 31, 32, etc.).
- Ψ_b, Ψ_{br} coefficients caractéristiques de l'épaisseur moyenne relatifs à la hauteur totale du mur semelle comprise (voir pages 56, 57).
- $\psi, \psi_B, \psi_R, \psi_a, \psi_l$ angles (coordonnées polaires relatives au point d'application de la surcharge isolée, etc.) (voir fig. 5, 6, pages 23, 25).
- Ω aire du profil du mur (voir page 48).
- Ω' idem, semelle comprise (voir page 65).
- Ω_i surfaces élémentaires (voir page 65).
- ω angle d'inclinaison sur l'horizontale de la contrainte (poussée-vecteur) relative à un plan vertical (voir page 17):
- $\omega' = \beta + \varphi'$, angle d'inclinaison sur l'horizontale de la contrainte relative à un plan incliné (voir page 32).
- ω'_h idem, relatif à la face opposée de la base du mur (voir p. 58).



INTRODUCTION

Le but principal du présent mémoire est d'établir des formules en vue du calcul des murs de soutènement en béton ou en maçonnerie ordinaire. Ces formules permettent d'éviter les tâtonnements dans les cas courants (murs à parements plans ou à parement avant parabolique, murs à console, etc.) et de les réduire au minimum dans les cas compliqués.

Afin de mener à bien cette tâche, nous nous sommes efforcés au début de ce mémoire, de trouver des expressions appropriées de la poussée dans les différents cas de charge et de ramener les cas compliqués au cas courant.

Nous avons principalement eu en vue les applications pratiques. Tout en évitant certaines méthodes empiriques qui ne paraissent se justifier que par la tradition, nous avons admis des solutions sommaires vraisemblables chaque fois que les théories satisfaisantes nous paraissaient faire défaut ou être trop compliquées, compte tenu de la précision plus grande qu'elles eussent apporté à la solution du problème.

En principe les formules établies sont valables pour chacun des états d'équilibre limite, quoiqu'au point de vue du calcul des murs de soutènement l'équilibre minimum (ou la poussée active) soit le seul qui entre en ligne de compte. Elles sont utilisables quelle que soit la théorie de laquelle on aura déduit les valeurs du coefficient de poussée et de l'angle d'inclinaison de la contrainte.

La principale différence entre les anciennes et les nouvelles théories, au point de vue de l'application pratique, consiste dans les conceptions différentes relatives à l'angle φ' . Dans le cas où l'angle de frottement entre la terre et le mur dépasse la valeur que fournissent pour l'angle φ' les équations de l'équilibre moléculaire, les données de RÉSAL peuvent être considérées comme rigoureusement exactes. Dans le cas contraire on peut présumer qu'elles sont un peu trop faibles.

Ce qui importe au point de vue de l'application pratique, ce n'est pas tant le choix de la méthode, que d'évaluer avec un maximum d'exactitude les caractéristiques de la terre et de tenir compte dans l'adoption du degré de sécurité de la vraisemblance des hypothèses de la théorie adoptée.

L'introduction dans certaines de nos formules de l'épaisseur c des valeurs courantes pour γ_m , γ et R , n'a d'autre but que de faciliter les calculs sommaires, mais il va de soi que les valeurs numériques doivent être appropriées à chaque cas particulier. Au cas où l'écart entre les valeurs réelles et celles admises dans nos formules ne porte que sur γ , on peut en tenir compte d'une façon rigoureuse, en substituant à γ un

γ

coefficient virtuel égal à $\frac{\gamma}{1.8} \cdot v$. Quant à la compression unitaire R ,

une légère augmentation de l'épaisseur du mur suffit généralement pour la ramener à un taux sensiblement inférieur.

Toutes ces formules fournissent des dimensions minima. En tous cas leur utilisation ne devrait pas exclure la prudence, en raison des nombreux aléas que comportent toujours les problèmes relatifs à la poussée des terres; en particulier s'il y a des trépidations, de l'eau, etc., ou s'il s'agit des murs de faible hauteur ou d'une grande surcharge. Par ailleurs, afin de déceler les erreurs toujours possibles, la vérification graphique du résultat est indiquée.

Il va de soi que les formules ne sont pas applicables a priori aux murs de butée, ceux-ci, en principe, nécessitant, dans chaque cas, un examen particulier.

Le présent mémoire fait suite à l'exécution dans la région de Thionville d'un certain nombre de murs de soutènement en béton. Nous avons été amenés à en remanier quelques chapitres à la suite de la parution d'un ouvrage plein d'idées intéressantes de M. CAQUOT. La maladie et le décès de M. le Professeur MENTRÉ avaient retardé l'achèvement de notre mémoire.

CHAPITRE PREMIER

LA POUSSÉE DES TERRES

1. Sur la poussée des terres en général

La première difficulté à laquelle on se heurte est qu'aucune des théories existantes relatives à la poussée des terres n'est à l'abri de toute critique.

La théorie du « prisme de plus grande poussée », due à COULOMB, a plus de 160 ans d'existence. Quoique basée sur des hypothèses d'une fragilité évidente, elle est encore très en faveur, grâce à sa simplicité et à la souplesse avec laquelle elle se prête à la solution de nombreux problèmes. Les erreurs qu'elle comporte, donnent d'ailleurs le plus souvent un excès de sécurité des murs.

La théorie de COULOMB a servi de base à plusieurs règles connues (PONCELET, REBHAN, CULMANN, etc.) et a donné naissance à la méthode relativement récente dite « des coins » (Keilmethode) ⁽¹⁾.

Une autre méthode, à l'établissement de laquelle ont successivement contribué RANKINE, LÉVY, CONSIDÈRE, BOUSSINESQ, RÉSAL, prend comme point de départ l'équilibre élastique du milieu. Connue surtout par les travaux de RÉSAL, elle a conduit à la méthode généralement employée en France, et a conquis, grâce à sa supériorité scientifique, un prestige mérité.

Dans un récent ouvrage, M. A. CAQUOT ⁽²⁾, poursuivant l'œuvre de ces auteurs, donne une méthode ingénieuse pour la détermination, avec l'exactitude voulue, des coefficients de poussée et examine l'influence d'une surcharge uniformément répartie sur le terrain. Il étudie le rapport entre l'angle intrinsèque apparent et l'angle réel, et expose une méthode en vue d'assimiler le problème relatif aux terres cohérentes à celui ayant trait aux terres pulvérulentes.

(1) HANBUCH für Eisenbetonbau. XIV. Band, Silos, Landwirtschaftliche Bauten

(2) A. CAQUOT: Equilibre des massifs à frottement interne.

Dans la théorie de COULOMB l'angle d'inclinaison φ' , que fait la contrainte (c.-à-d. la poussée-vecteur) avec la normale sur le parement arrière du mur, ne dépend que du frottement de la terre sur le mur. La direction de la contrainte, pour une inclinaison donnée du mur, est fonction uniquement de ce frottement.

La théorie de RANKINE, assimile le massif de terre à un corps élastique, limité par une seule surface: le terrain ou surface libre. Il traite le plan du mur comme un plan quelconque de ce corps et définit la direction de la contrainte conformément aux lois du milieu élastique. La question du frottement entre terre et mur n'intervient plus; la droite du mur et celle de la contrainte sont les deux diamètres conjugués de l'ellipse directrice. L'angle φ' pour certains plans est égal à l'angle φ du frottement interne, celui-ci supposé identique à l'angle du talus naturel.

RÉSAL traite le plan du mur comme un second plan-limite du massif des terres, sur lequel la terre, dans un premier mouvement différentiel, tend à glisser; il s'établit ainsi un état d'équilibre minimum. Les droites du mur et de la contrainte sont toujours deux diamètres conjugués de l'ellipse directrice, mais cette ellipse n'est plus la même que dans la théorie de RANKINE; la contrainte, suivant une loi déterminée, est déviée par rapport à la direction qu'elle a dans le massif indéfini (équilibre de RANKINE).

La théorie RANKINE-RÉSAL-CAQUOT admet un plan de mur suffisamment rugueux, en ce sens qu'elle suppose un angle de frottement φ' entre la terre et le mur au moins égal à l'angle φ du frottement interne. Il ne nous semble pas que cette hypothèse soit toujours prise en considération par les constructeurs. Certains procédés usuels — tels que, par exemple, les enduits lissés, le goudronnage du mur. — créent des conditions très différentes de celles de la théorie. En outre, les expériences de MÜLLER-BRESLAU et de TERZAGHI semblent démontrer que φ' n'atteint généralement pas la valeur de φ . Malgré ces imperfections, les résultats que fournit cette théorie pour les différentes inclinaisons du mur, semblent dans leur ensemble être le plus près de la réalité. Toutefois, quand cette inclinaison est telle que φ' devienne égal à φ , ces résultats pourraient bien être, dans certains cas, trop optimistes.

Quoiqu'elles soient issues de raisonnements tout à fait différents, les méthodes de COULOMB et de RÉSAL possèdent cependant des points communs. L'équilibre peut se réaliser d'un nombre infini de façons. On admet qu'il sera minimum dès que le premier mouvement tendant à le rompre se produit. Ainsi on convient dans l'une comme dans l'autre des deux théories, de n'examiner, pour la stabilité du mur, que cet état, que RÉSAL appelle « équilibre limite inférieur » et auquel correspond chez COULOMB la « poussée active ».

Il résulte de ces raisonnements que les terres à surface libre plane, en équilibre limite, se comportent à la manière des fluides, soumis à la loi hydrostatique, et dont la surface horizontale est remplacée par celle du terrain. Mais ici intervient un coefficient sans dimension ν , appelé le « coefficient de poussée », de valeur généralement différente de 1, fonction lui-même des angles φ , φ' , α et β . Le problème fondamental consiste à déterminer cette fonction. La réponse est différente selon la théorie employée.

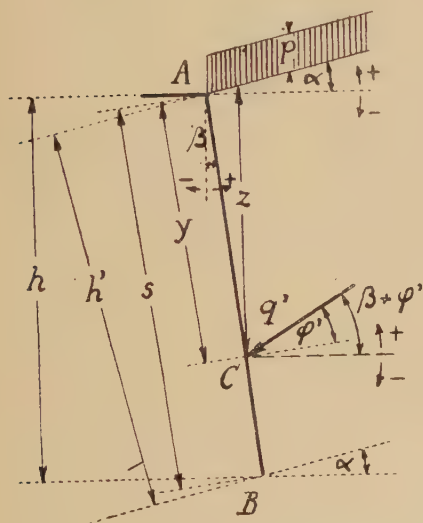


Fig. 1.

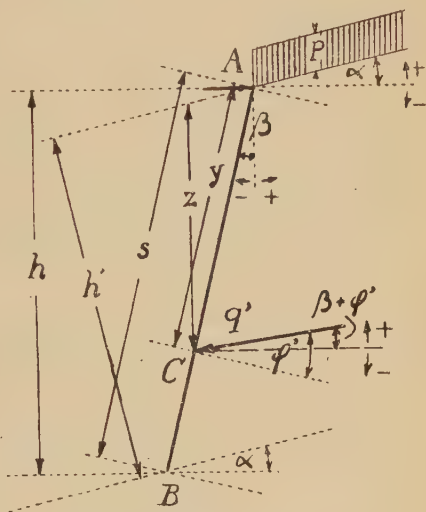


Fig. 1a

Par extension on peut exprimer la composante horizontale q' de la poussée élémentaire contre le mur en un point quelconque C (fig. 1) comme suit

$$q' = \nu \cdot W \quad (I)$$

où W est la pression, due à la hauteur (réelle ou fictive) des terres au-dessus du point C. Cette pression se compose en général du prisme de terres de hauteur z et de base unitaire, ainsi que de la surcharge unitaire prise en projection horizontale.

Cette conception, en ce qui concerne notamment la surcharge est simple et vraisemblable, sans toutefois être la seule qu'on puisse imaginer.

Nous examinerons plus loin la théorie que M. CAQUOT expose à ce sujet dans son ouvrage cité plus haut.

Soit α l'angle que fait la surface libre plane avec le plan horizontal et β l'angle du plan arrière du mur avec le plan vertical, ces angles pouvant être positifs ou négatifs (voir fig. 1 et 1a) ⁽³⁾. Désignons par p' la surcharge par unité de surface inclinée et par p sa valeur par unité de surface horizontale. Soient γ le poids spécifique de la terre, h la hauteur du mur. La composante horizontale de la poussée totale sur $AB = s$ est, d'après COULOMB, égale à

$$Q = \frac{s^2}{2} \left(\gamma + \frac{2 p'}{h'} \right) \cdot \nu'$$

expression conforme au théorème énoncé ci-dessus [équation (1)]. Il vient après substitution de

$$p' = p \cdot \cos \alpha, \quad h' = s \cdot \cos (\beta - \alpha) \quad \text{et} \quad s = \frac{h}{\cos \beta}$$

$$Q = \frac{h \gamma \nu}{2} (h + 2 \xi) \quad (2)$$

où

$$\xi = \frac{p \cos \alpha \cdot \cos \beta}{\gamma \cdot \cos (\beta - \alpha)} = \frac{p}{\gamma (1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta)} \quad (3)$$

et

$$\nu = \frac{\nu'}{\cos^2 \beta} = \frac{\cos^2 (\varphi - \beta)}{\cos^2 \beta \left[1 + \sqrt{\frac{\sin (\varphi - \alpha) \sin (\varphi + \varphi')}{\cos (\alpha - \beta) \cos (\beta + \varphi')}} \right]^2} \quad (4) \quad (4)$$

Par ailleurs, la conception de RÉSAL conduit à l'expression suivante de la poussée unitaire relative à un plan vertical

$$q_v = (z \gamma + p) \cos^2 \omega \cdot \Phi$$

⁽³⁾ D'une façon générale, nous appellerons positifs les angles qui tournent en sens contraire des aiguilles de la montre.

⁽⁴⁾ Valeur de ν' d'après manuels (HÜTTE, etc.).

où z est la hauteur des terres, ω l'angle ⁽⁵⁾ que fait avec l'horizontale la direction conjuguée à la verticale et Φ une fonction de α , β et φ dont la détermination explicite est impossible dans la plupart des cas, en sorte qu'on doit se résigner à des calculs approximatifs. La poussée relative à un plan de mur incliné sous l'angle β est égale à ⁽⁶⁾

$$q' = (z \gamma + p) \cos (\beta - \omega) \cos \omega \cdot \Phi$$

$$= \left[y \gamma + \frac{p \cos \alpha}{\cos (\beta - \alpha)} \right] \cdot v'$$

où

$$v' = \frac{\cos (\beta - \alpha) \cos (\beta - \omega) \cos \omega}{\cos \alpha} \cdot \Phi$$

L'intégration de q' le long de AB par rapport à $y - \Phi$ étant constant en raison des hypothèses — conduit, après substitution à s de $h/\cos \beta$, à la même équation [équation (2)], à la seule différence de la valeur du coefficient de poussée, qui est ici de

$$v = \frac{\cos (\beta - \alpha) \cos (\beta - \omega) \cos \omega}{\cos \alpha \cos^2 \beta} \cdot \Phi \quad (7)$$

Cette concordance entre les deux théories est la conséquence logique de certaines hypothèses fondamentales communes, dont les principales sont les suivantes :

a) Le massif des terres, supposé sans cohésion, possède cependant les propriétés physiques d'un corps homogène et obéit, comme celui-ci à la loi de la superposition.

b) Il se produit dans la terre, retenue par un mur de soutènement, un premier mouvement différentiel, à la suite duquel la terre tend à glisser le long du mur. Il en résulte l'établissement d'un état d'équilibre limite.

⁽⁵⁾ Cet angle est égal à α dans l'équilibre de RANKINE, mais non dans l'équilibre de BOUSSINESQ-RÉSAL.

⁽⁶⁾ Voir RÉSAL: Poussée des terres, 1^{re} partie, p. 18 et 79.

⁽⁷⁾ Quand on représente le diagramme des poussées relatif à la verticale, comme par exemple dans la fig. 7, p. 29, les ordonnées q de ce diagramme sont égales à $\gamma \cdot v \cdot (h + 2\xi)$. Elles ne fournissent donc pas directement la poussée élémentaire q' , celle-ci étant égale à $q \cdot \cos^2 \beta$. On constatera plus loin l'avantage du procédé qui consiste notamment à introduire dans les formules de la poussée h au lieu s . Pour les valeurs des coefficients v , voir RÉSAL: Poussée des terres, II, p. 255.

c) L'angle de frottement intrinsèque et l'angle du talus naturel sont identiques.

Ces hypothèses ne sont nullement à l'abri de toute contestation. Ainsi on en trouve de vives critiques dans les publications concernant les recherches de M. TERZAGHI ⁽⁸⁾. Les expériences de M. TERZAGHI semblent d'ailleurs confirmer la théorie de COULOMB en ce qui concerne la grandeur de la poussée, mais non pour sa position. Celle-ci dépendrait essentiellement du genre du mouvement qu'effectue le mur. Si celui-ci consiste en une translation horizontale, le diagramme des poussées est limité par une courbe convexe et non par une ligne droite. Sa résultante, de grandeur inchangée; agit cependant au-dessus du tiers inférieur de la hauteur.

Quoiqu'il en soit, les théories, auxquelles ces hypothèses ont conduit, sont confirmées par une longue expérience — au moins en ce qui concerne les murs de soutènement — et il semble bien, étant donné la complexité des phénomènes, qu'il faille s'en contenter longtemps encore.

L'épure n° 1 illustre l'écart entre les coefficients de RÉSAL et ceux de COULOMB, ces derniers étant calculés successivement pour $\varphi' = 2/3 \varphi$ et $\varphi' = \varphi$. Les courbes sont dessinées pour trois inclinaisons de mur ($\beta = -20^\circ$, $\beta = 0$ et $\beta = +20^\circ$), pour trois valeurs de φ (25° , 35° et 45°) et pour des valeurs quelconques de α , évidemment inférieures à celle de l'angle φ . L'aspect des courbes paraît expliquer pourquoi les ingénieurs continuent à utiliser indifféremment les données des deux théories. On remarquera que pour $\alpha = \varphi$ il y a coïncidence des deux valeurs. Les courbes relatives respectivement à l'une et l'autre des deux théories convergent à mesure que α se rapproche à φ et se joignent à leur point terminus, qui est celui correspondant à $\alpha = \varphi$. Pour $\beta = 0$ la différence ne dépasse guère 6 %. L'écart entre les deux courbes est relativement grand pour les murs en surplomb. Ce fait trouve son explication dans la divergence de vue — exposée ci-dessus — qui existe entre les hypothèses fondamentales des deux théories. L'angle que décrit la poussée-vecteur, lorsque l'inclinaison du mur varie de $\beta=0$ à $\beta=\pi/2 - \varphi$, est notamment de $\pi/2 - \varphi$ d'après COULOMB, alors qu'il est de $\pi/2 + \varphi$ d'après RÉSAL ⁽⁹⁾.

En général, pour les murs à faible inclinaison, l'écart entre les coefficients de COULOMB et de RÉSAL n'est pas très grand. Il s'accroît à

⁽⁸⁾ TERZAGHI, CUVELIER et SKOMOROKOFF: Quelques considérations sur les anciennes théories de la poussée des terres (Technique des Travaux, février 1929), et

Etudes de laboratoire sur la poussée et la résistance des terrains (compte rendu des recherches de M. TERZAGHI, *La Technique Moderne*, 1^{er} mars 1936).

⁽⁹⁾ Nous avons représenté en pointillé, dans les épures, la courbe reliant les

Courbes des valeurs du coefficient ν d'après

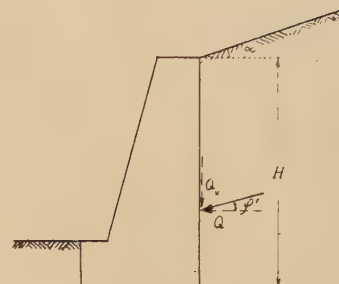
$$Q = \frac{1}{2} H^2 \gamma \cdot \nu$$

(γ = poids

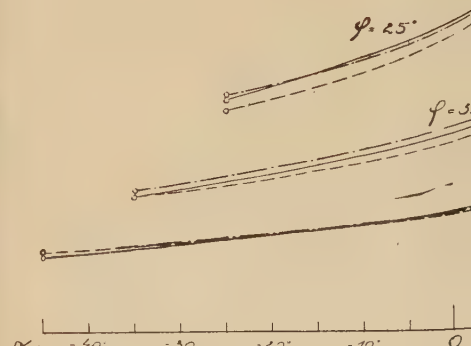
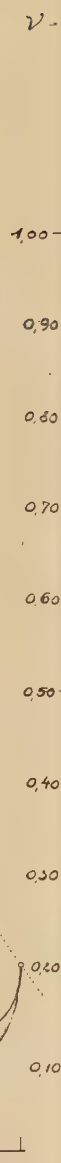
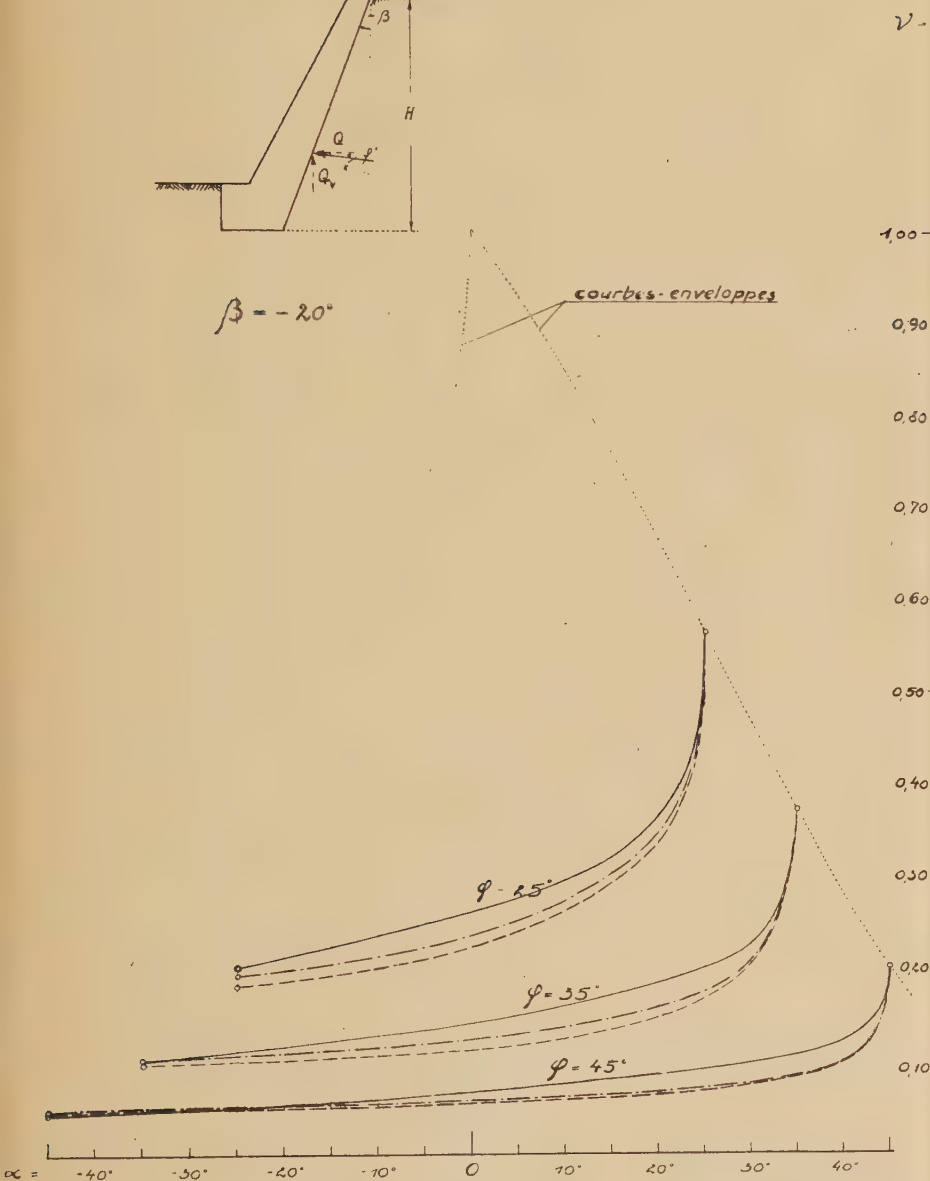


$\beta = -20^\circ$

courbes-enveloppes



$\beta = 0^\circ$

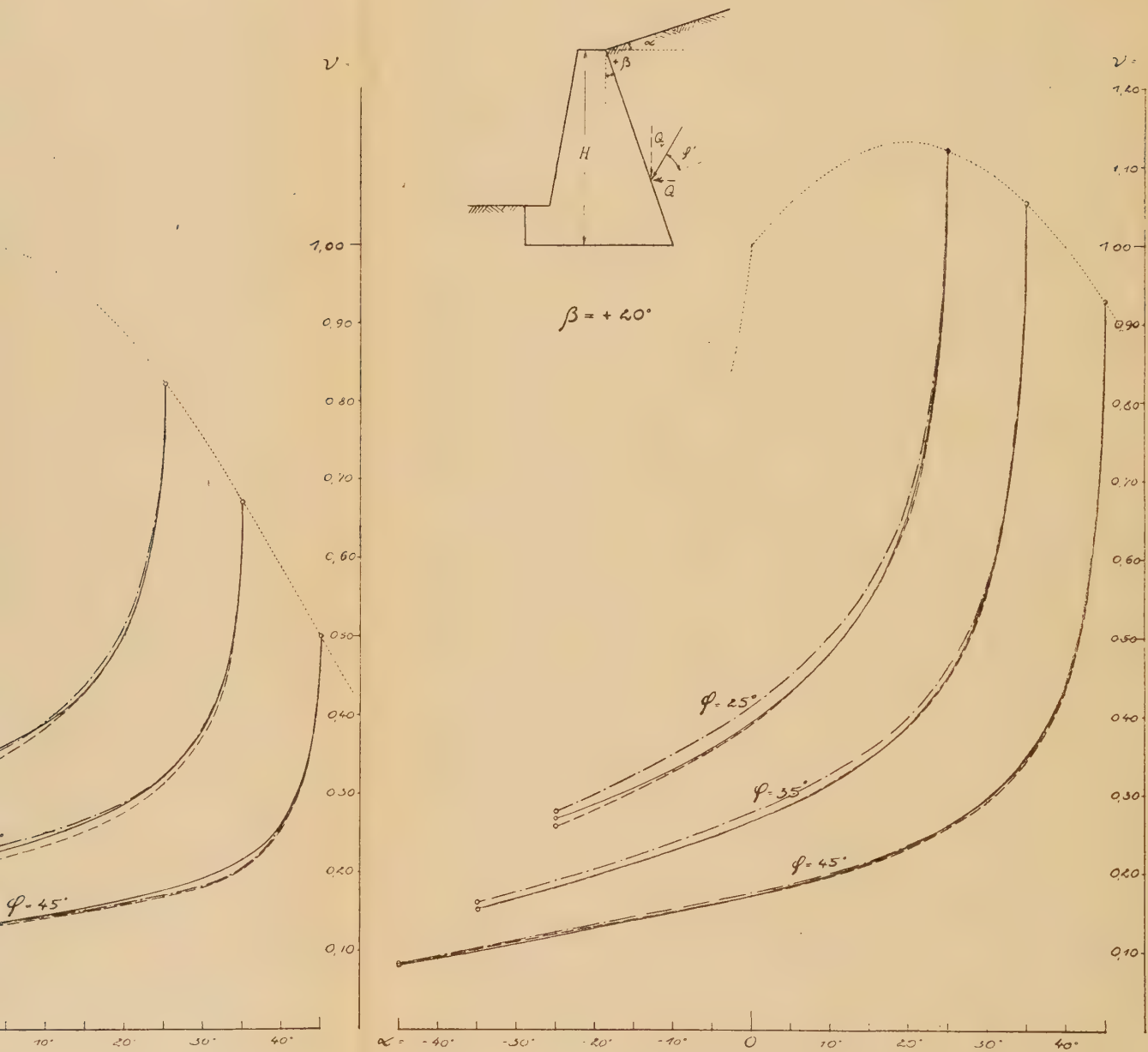


ÉPURE N

Coulomb $\left[\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right]$ pour $\varphi' = \frac{2}{3} \varphi$ et d'après Résal $\left[\text{---} \right]$

spécifique des terres)

$$Q_v = Q \cdot \operatorname{tg}(\beta \cdot \varphi')$$



mesure que l'inclinaison augmente dans l'un ou dans l'autre sens. Les murs à grande inclinaison positive sont rares. Quant aux murs à grande inclinaison négative, ils ne présentent pas un grand intérêt non plus, parce que la sécurité de ces murs est presque toujours largement satisfaite par les conditions d'exécution minima de la maçonnerie. Le fruit qu'on donne aux murs de soutènement étant généralement faible, il ne résulte pas, pour ces murs, une différence notable du fait de l'emploi du coefficient de poussée de l'une ou de l'autre des deux théories.

Il n'en est pas ainsi en ce qui concerne la composante verticale de la poussée et c'est là que réside précisément la principale différence entre les deux théories. La composante verticale est égale à :

$$Q_v = Q \cdot \operatorname{tg} (\beta + \varphi') \quad (5)$$

Or, comme nous disions plus haut, l'angle φ' , synonyme de l'angle de frottement entre terre et mur d'après COULOMB, résulte, au contraire, de l'équilibre élastique du milieu dans la théorie de RÉSAL. Dans celle-ci φ' , pour $\beta = 0$ est toujours égal à φ , quelle que soit l'inclinaison de la surface libre ⁽¹⁰⁾. Il diminue à mesure que la valeur absolue de β augmente, avec plus ou moins de rapidité, suivant que β est négatif ou positif et suivant que la valeur (algébrique) de l'angle α est grande ou petite.

Dans les formules que nous établirons par la suite, nous introduirons ν et $\operatorname{tg} (\beta + \varphi')$ de telle façon, que ces formules puissent être utilisées avec l'une ou l'autre des deux théories. Elles permettront au besoin de comparer les résultats et de les utiliser, dans tous les cas, de manière à ce qu'il y ait maximum de conformité entre la réalité et les hypothèses de la théorie à laquelle on aura donné la préférence.

2. Surcharge uniformément répartie sur le terrain

THÉORIE DE M. CAQUOT

Dans son ouvrage cité plus haut M. CAQUOT étudie le problème d'une contrainte de direction quelconque uniformément répartie sur la surface

points relatifs à $\alpha = \varphi$ et, d'une façon incomplète (parce qu'il y en a plusieurs), la courbe relative à $\alpha = -\varphi$. La première d'elles obéit à la loi

$$\nu = \frac{\cos^2 (\varphi - \beta)}{\cos^2 \beta}$$

En égalant à 0 la dérivée de cette expression, on obtient: $\sin 2 (\varphi - \beta) = 0$, d'où résulte le maximum de la courbe pour: $\varphi = \beta$.

⁽¹⁰⁾ A condition, bien entendu que $-\varphi < \alpha < +\varphi$.

formule dans laquelle le coefficient de poussée, obtenu par un raisonnement analogue à celui du chapitre précédent, a pour valeur

$$v_p = \frac{\cos(\beta - \alpha) \cdot \cos(\beta + \varphi)}{\cos^2 \beta} \cdot \frac{\cos \varphi \cdot e^{-2\beta \tan \varphi}}{\cos \alpha' + \sin \varphi \cos \varepsilon'} \quad (6)$$

L'angle α doit être orienté de sorte que $\alpha = +\pi/2$ quand q vient en A. Par exemple sur la fig. 2, α est négatif ⁽¹¹⁾. Dans le cas où la sur-

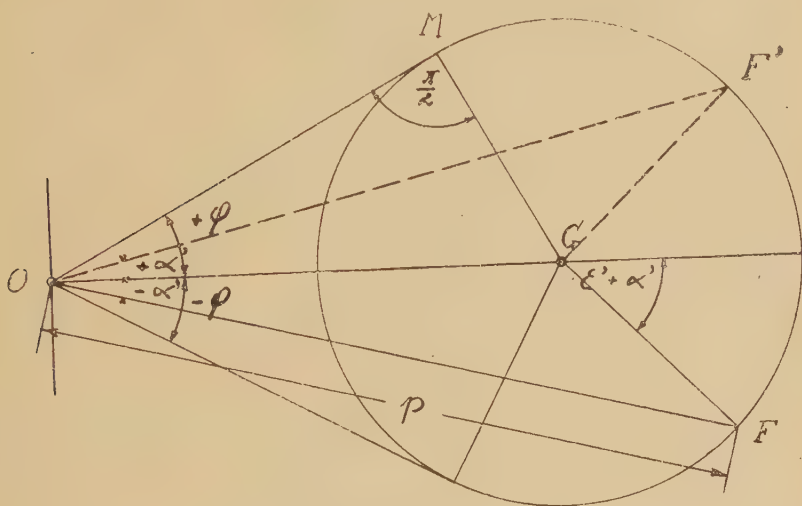


Fig. 3.

charge est verticale — ce qui est le cas général — α' et ε' sont donc négatifs. Les angles ε et ε' sont définis par :

$$\sin \varepsilon = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} \quad \text{et} \quad \sin \varepsilon' = \frac{\sin \alpha'}{\sin \varphi}$$

(11) Il importe de préciser ce point, les figures pages 31 et 32, ainsi que l'exemple pages 62 à 65 dans l'ouvrage de M. CAQUOT comportant à cet égard une erreur de signe. Voir encore E. KONDOR: Sur la théorie de l'équilibre des terres de M. CAQUOT. *C. R. de l'Académie des Sciences* du 5 avril 1937.

L'angle δ s'obtient à l'aide du cercle de MOHR, comme la différence des angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CAN} = 1/2 \widehat{MF}$ (voir fig. 2 et 3):

$$\delta = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} - \varphi + 2\alpha + \alpha' + \varepsilon' - 2\beta \right] \quad (7)$$

et pour $\alpha' = -\alpha$:

$$\delta = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} - \varphi + \alpha - \varepsilon - 2\beta \right] \quad (7a)$$

$\alpha, \alpha', \varepsilon, \varepsilon'$ sont des valeurs algébriques, ε et ε' étant toujours du même signe que respectivement α et α' .

Les valeurs résultant de cet équilibre ne sont pas dans tous les cas inférieures à celles de RÉNAL, qui diminuent assez rapidement avec β et s'annulent pour $\beta = \frac{\pi}{2} - \varphi$.

Si on calcule avec le coefficient de poussée d'après la formule (6), on doit, afin de pouvoir utiliser les formules de la II^{me} partie de ce mémoire, poser

$$\xi = \frac{p \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta}{\gamma \cdot \cos (\beta - \alpha)} \cdot \frac{\nu_p}{\nu} \quad (8)$$

3. Surcharge isolée ou restreinte sur le terrain

La répartition des efforts dans des corps homogènes et élastiques a été étudiée par BOUSSINESQ⁽¹²⁾. Sa théorie, confirmée et étendue par MESNAGER⁽¹³⁾ à l'aide de la méthode photoélastique, peut se résumer, pour l'équilibre-plan, comme suit.

Considérons un plan à l'intérieur d'un massif de l'épaisseur de l'unité, la surface libre horizontale du massif en O. étant chargée par la force

(12) BOUSSINESQ: Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques, Paris, 1885.

(13) MESNAGER: Cours de résistance des matériaux, Paris, 1928.

* et pour la position de la résultante :

$$h_R = \frac{l \cotg \psi_R}{1 + \tg \beta \cotg \psi_R} \quad (10)$$

où

$$\cotg \psi_R = \frac{Q_v}{Q} = \frac{2 \alpha_0 - \sin 2 \alpha_0}{2 \sin^2 \alpha_0}$$

A l'aide de (9), et en écrivant (voir fig. 4) :

$$\sigma_1 \cdot ds \cdot \cos \psi = \sigma_1 \cdot dx$$

on se rend compte que les composantes verticales des tensions principales relatives à la demi-circonférence DEF sont représentées par l'aire du demi-cercle DEFD (fig. 4).

Lorsque la surcharge p est uniformément répartie sur la longueur restreinte b , la relation connue entre la tension σ relative au plan AB et les tensions principales, fournit avec les valeurs des tensions principales indiquées par MESNAGER (voir fig. 6) :

$$\sigma = \frac{p}{\pi} \left[\bar{\beta} - \sin \bar{\beta} \cdot \cos (\psi_a + \psi_1 + 2 \beta) \right]$$

La signification des angles résulte de la fig. 6.

Application aux terres. — En ce qui concerne les terres, ou, en général les milieux à élasticité restreinte, pulvérulents ou à faible cohésion, les formules ci-dessus, relatives aux corps homogènes et isotropes ne sont pas applicables sans réserve. La pression ici ne s'étend plus à l'infini et la direction de la contrainte dépend d'un nouveau paramètre : l'angle du frottement interne.

Il résulte des expériences, en particulier de celles, que MM. HUGI et GERBER ont effectuées avec du sable sec dans les laboratoires de l'Ecole Polytechnique de Zurich, qu'en soumettant un milieu pulvérulent à une charge isolée ou restreinte, la répartition des efforts laisse inaltérée une zone dans le voisinage de la surface libre. Cette zone semble être limitée par une courbe très plate, dont les deux branches issues du point O, sont symétriques par rapport à la verticale de O. Les tensions principales dans le voisinage de cette courbe-limite doivent être parallèles et perpendiculaires à la tangente à cette courbe. Par ailleurs, pour des raisons de symé-

trie, elles doivent être verticales et horizontales aux points situés sur la verticale de O et elles doivent y atteindre leur valeur extrême. La tension principale radiale doit être nulle aux points situés sur la courbelimite.

riences (MÜLLER-BRESLAU, HUGL, GERBER) ⁽¹⁴⁾ accusent très sensiblement la même allure que ceux que fournissent les formules de BOUSSINESQ. Les courbes des pressions verticales égales que M. Van ITERSON ⁽¹⁵⁾ a déduites des essais effectués sur des terres, présentent également la même forme que les courbes théoriques. Quant aux valeurs numériques, la poussée réelle pour de petites distances de la charge a été trouvée plus grande et pour de grandes distances plus petites, que la poussée de BOUSSINESQ (toutefois la différence est moindre que pour les pressions verticales), ce qui peut s'expliquer par l'élasticité restreinte des terres et, dans une certaine mesure, par l'influence du frottement.

Les expériences précitées montrent encore une certaine anomalie, quand on essaie de rapprocher par superposition l'influence observée des surcharges restreintes et celle de la surcharge uniformément répartie. En prenant pour base de comparaison le moment statique des poussées par rapport au pied du mur, on constate que le moment correspondant aux charges restreintes est beaucoup plus grand (de 70 à 90 % env.) que celui relatif à la surcharge uniformément répartie, ce dernier moment ayant sensiblement la même valeur que le moment théorique. Cela montre que sous certains égards les corps pulvérents échappent à la loi de la superposition; ce que, par ailleurs, les constatations de M. TERZAGHI, concernant la résistance des terres à la compression, paraissent confirmer.

Sous réserve de ce qui précède les formules de BOUSSINESQ semblent être applicables aux terres. On pourrait rapprocher la théorie aux observations au moyen d'un facteur de correction, par exemple de la forme suivante :

$$A' = \frac{1 + \operatorname{tg} \varphi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg} \varphi \left(\frac{l}{h_R} \right)^{3/2}}}$$

l désignant la distance de P à la crête du mur (fig. 5).

Afin de pouvoir utiliser les formules de la seconde partie de ce mémoire, on est amené à transformer la charge isolée P en une surcharge virtuelle équivalente p_f uniformément répartie sur toute la surface libre.

⁽¹⁴⁾ Voir « Littérature ».

⁽¹⁵⁾ A.-S. KLEIN: Ouvrages en pleine terre (*Le Constructeur de Ciment Armé*, avril 1934).

La condition de l'égalité des moments par rapport à la section examinée fournit :

$$p_t \cdot \nu \cdot \frac{h^2}{2} = Q_p \cdot A' \cdot (h - h_R)$$

Il vient après division par $p = P/b$:

$$\frac{p_t}{p} = \frac{2 b}{h^2 \nu} (h - h_R) \frac{Q_p \cdot A'}{P}$$

Lorsque la surcharge est limitée dans les deux directions, il semble qu'on puisse, pour les besoins de la pratique, poser

$$p_{1t} = \frac{p_t}{b_1 + h}$$

Où p_t est la surcharge fictive équivalente correspondant à l'équilibre-plan et b_1 la longueur de répartition de la surcharge dans la direction parallèle à la crête du mur.

4. Poussée de l'eau.

Changement des caractéristiques de la terre à la profondeur h_1

Les murs de soutènement n'ont en général pas à résister à la poussée de l'eau, les eaux d'infiltration et autres étant évacuées au moyen de drainages appropriés. Néanmoins, et abstraction faite même des murs de quai proprement dits, le cas peut se présenter.

Soient h_2 la hauteur d'eau, h la hauteur totale, γ leur rapport, γ_a le poids spécifique de l'eau, ν_1 le coefficient de poussée des terres de la partie du haut, ν_2 celui de la partie immergée, ν le coefficient fictif de la

les caractéristiques de la terre (γ , φ , φ') changent à la profondeur h_1 , sans qu'il y ait poussée de l'eau.

La composante verticale de la poussée résulte toujours de la formule (5), où $\text{tg} (\beta + \varphi')$, à présent s'obtient par le principe de l'égalité des moments des composantes verticales. En négligeant l'influence généralement faible de la surcharge, on a :

$$\text{tg} (\beta + \varphi') = \frac{\gamma \nu_1}{\nu} \left\{ (1 - \gamma)^2 \left(2 + \frac{1}{\gamma} \right) \text{tg} (\beta + \varphi'_1) + \gamma \frac{\nu_2}{\nu} (3 + \gamma \odot) \text{tg} (\beta + \varphi'_2) \right\}$$

où φ'_1 et φ'_2 sont les angles de frottement entre terre et mur relatifs respectivement à la partie du haut et à la partie immergée.

5. Terrain à changement d'inclinaison

Dans le cas d'un changement d'inclinaison du terrain, le diagramme des poussées présente une bosse ou un arçon, suivant que le terrain est convexe ou concave. La résultante n'agit donc pas au tiers de la hauteur ou à la mi-hauteur (pour la surcharge). La loi, suivant laquelle les poussées se répartissent, n'étant malheureusement pas connue, on doit se résigner à des procédés approximatifs.

Le calcul de la poussée peut se faire soit selon la méthode du plan du mur fictif ⁽¹⁶⁾, soit d'après CULMANN ⁽¹⁶⁾, soit en utilisant la formule empirique de RÉSAL ⁽¹⁷⁾.

⁽¹⁶⁾ Voir HÜTTE, Betonkalender, etc...

⁽¹⁷⁾ RÉSAL: Poussée des terres, p. 148.

CHAPITRE II

CALCUL DE L'ÉPAISSEUR DES MURS DE SOUTÈNEMENT

1. Cas général

Considérons un mur à un profil quelconque, en béton ou en maçonnerie, destiné à retenir la poussée d'un massif de terre à surface libre quelconque. Supposons celle-ci chargée d'une surcharge p , où p s'entend par unité de longueur horizontale (voir fig. 8). Soient $c_m = \Psi \cdot c$, l'é-

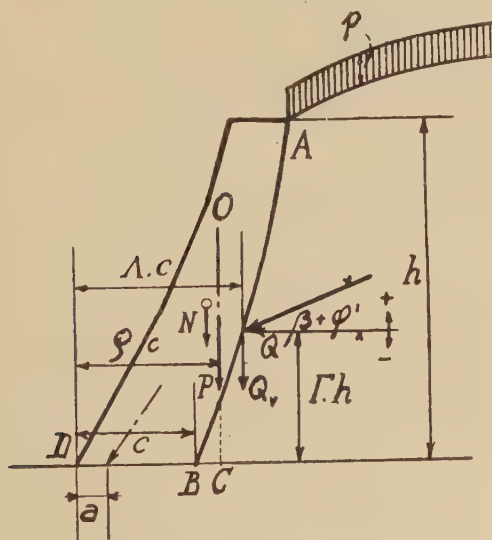


Fig. 8.

paisseur moyenne du mur, c son épaisseur à la section à examiner, h sa hauteur, γ_m le poids spécifique du béton (ou de la maçonnerie). Désignons par $\rho \cdot c$ la distance horizontale à D du centre de gravité du profil du mur, par $\Delta \cdot c$ et $\Gamma \cdot h$ les distances horizontale et verticale à D du point d'application de la poussée-vecteur (voir fig. 8).

Nous nous proposons de calculer l'épaisseur c . Admettons que la composante horizontale Q de la poussée ait été trouvée par une des méthodes traitées dans le chapitre premier. La composante verticale résulte de la formule (5), où l'angle $\beta + \varphi = \omega'$ est positif ou négatif, suivant qu'il s'oriente vers le haut ou inversement (voir fig. 8).

La charge verticale totale N se compose du poids du mur, ainsi que de la composante verticale de la poussée.

$$N = \Psi c h \gamma_m + Q \operatorname{tg} \omega' \quad (11)$$

Le moment statique des forces par rapport au point D est égal à :

$$M = \Psi \rho h \gamma_m c^2 + Q \Lambda c \operatorname{tg} \omega' - Q \Gamma h \quad (12)$$

Pour que les conditions économiques soient satisfaites, il faut que la compression maxima à la section à examiner ait la valeur de la limite admissible R . A chaque valeur de R correspond une et une seule position de la résultante. Pour les hauteurs courantes de mur (nous préciserons ce point plus loin) la résultante tombe dans le tiers extérieur de l'épaisseur c (voir fig. 8), de sorte qu'on a :

$$R = \frac{2}{3} \frac{N}{a} \quad (13)$$

où

$$a = \frac{M}{N}$$

Il vient

$$R = \frac{2}{3} \frac{N^2}{M} \quad (14)$$

Les formules qui suivent sont basées sur l'hypothèse ci-dessus. Leur validité est limitée par la condition :

$$a \leq \frac{c}{3}$$

En tenant compte de (13), cette condition s'écrit encore comme suit :

$$R c \geq 2 N \quad (15)$$

Il vient

$$c \geq \frac{2 Q \operatorname{tg} \omega'}{R - 2 \Psi h \gamma_m} \quad (2)$$

Dans le cas de profils à forme géométrique, on peut attribuer à Ψ d'avance une valeur numérique. φ et Λ sont alors des fonctions de c de la forme suivante:

$$\varphi = \frac{F_1 \cdot c + F_2 h}{\Psi c}, \quad \Lambda = \frac{c - F_3 h}{c}$$

où F_1, F_2, F_3 désignent des valeurs connues, sans dimension. En substituant les expressions (11) et (12) de N et M dans la formule (13), en tenant compte de celles ci-dessus de φ et Λ , et en posant:

$$\frac{c}{h} = t, \quad \frac{Q}{h^2 \gamma_m} = F_4 \quad \text{et} \quad \frac{h \gamma_m}{R} = \zeta$$

on obtient pour valeur de t une équation homogène du second degré, dont la racine positive est égale à:

$$t = -\frac{1}{2A} \left[B - \sqrt{B^2 - 4AC} \right] \quad (16)$$

et les coefficients à:

$$\left. \begin{aligned} A &= 3 F_1 - 2 \Psi^2 \zeta \\ B &= 3 F_2 + F_4 \operatorname{tg} \omega' (3 - 4 \Psi \zeta) \\ C &= -F_4 \left[3 \Gamma \left(1 + \frac{F_3}{\Gamma} \operatorname{tg} \omega' \right) + 2 F_4 \zeta \operatorname{tg}^2 \omega' \right] \end{aligned} \right\} \begin{matrix} (3) \\ (16a) \end{matrix}$$

Dans la généralité des cas la surface arrière du mur est un plan. On a alors:

$$\frac{F_3}{\Gamma} = \operatorname{tg} \beta, \quad (17)$$

(1) On remarquera que M est du 2^e degré, tandis que N du 1^{er} degré seulement par rapport à l'inconnu c .

(2) Au point de vue de l'application pratique, l'erreur qui résulte d'un léger dépassement de la limite de validité, n'est pas importante.

(3) On remarquera que A ne dépend pas de la poussée et que, par ailleurs C ne dépend pas du profil du mur.

et l'expression de la poussée est fournie par la formule (2). En posant :

$$\frac{\gamma \nu}{\gamma_m} = \mu \quad \text{et} \quad \frac{\xi}{h} = \eta \quad (18)$$

on obtient :

$$F_4 = \frac{\mu}{2} (1 + 2 \eta) \quad (19)$$

et, par ailleurs :

$$\Gamma = \frac{1}{3} \frac{1 + 3 \eta}{1 + 2 \eta} \quad (20)$$

La condition de limite de validité s'écrit alors comme suit :

$$t \geq \frac{\xi \mu (1 + 2 \eta) \operatorname{tg} \omega'}{1 - 2 \Psi \xi}$$

APPLICATIONS

2. Profil de mur en trapèze

Dans le cas où le profil du mur est un trapèze (fig. 9), nous posons :

$$\lambda = \frac{c_0}{c} \quad (4) \quad (21)$$

où c_0 est l'épaisseur du mur à la crête (fig. 9).

On a

$$\Psi = \frac{1 + \lambda}{2} \quad (22)$$

et

$$F_1 = \frac{2(1 + \lambda) - \lambda^2}{6}, \quad F_2 = -\frac{(1 + 2\lambda) \operatorname{tg} \beta}{6} \quad (22a)$$

(4) Il est généralement possible de fixer λ d'avance. Il suffit d'ailleurs de le faire d'une manière approchée, une légère modification de cette valeur n'ayant qu'une influence faible sur le résultat.

On obtient avec les expressions (17) à (22) :

$$\left. \begin{aligned} A &= 2(1 + \lambda) - \lambda^2 - (1 + \lambda)^2 \xi \\ B &= -(1 + 2\lambda) \operatorname{tg} \beta + \mu \operatorname{tg} \omega' (1 + 2\eta) [3 - 2\xi(1 + \lambda)] \\ C &= -\mu [(1 + 3\eta)(1 + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \omega') + \xi \mu \operatorname{tg}^2 \omega' (1 + 2\eta)^2] \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

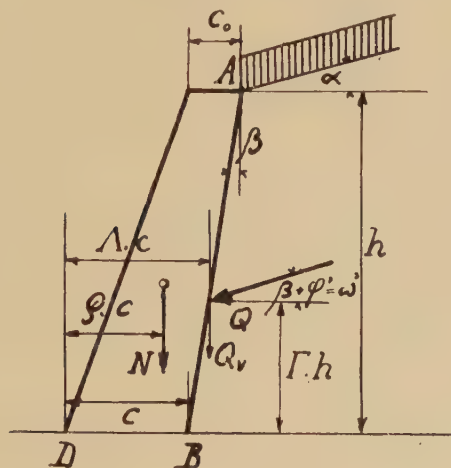


Fig. 9.

Voici les coefficients pour le profil en trapèze en général. Les valeurs de ξ et μ sont données au paragraphe précédent. La condition de limite de validité s'écrit comme suit :

$$t \equiv \frac{\xi \mu (1 + 2\eta) \operatorname{tg} \omega'}{1 - (1 + \lambda) \xi}$$

En attribuant à λ des valeurs numériques, on en déduit les formules pour des cas particuliers. Par exemple celles pour le profil rectangulaire s'obtiennent en posant dans les expressions (23) $\lambda = 1$, C est inchangé et on a pour A et B :

$$A = 3 - 4\xi$$

$$B = -3 \operatorname{tg} \beta + \mu \operatorname{tg} \omega' (1 + 2\eta) (3 - 4\xi).$$

En posant $\lambda = 0$ on obtient les formules pour le profil triangulaire :

$$A = 2 - \xi$$

$$B = -\operatorname{tg} \beta + \mu \operatorname{tg} \omega' (1 + 2\eta) (3 - 2\xi).$$

Il est possible, dans certains cas, de négliger l'influence de la composante verticale de la poussée. On a alors pour le profil en trapèze en général :

$$\left. \begin{aligned} A &= 2(1 + \lambda) - \lambda^2 - (1 + \lambda)^2 \zeta \\ B &= - (1 + 2\lambda) \operatorname{tg} \beta \\ C &= - \mu (1 + 3\eta). \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

La limite de validité se déduit dans ce cas de l'inégalité (15) On a :

$$\zeta \leq \frac{1}{1 + \lambda}$$

Si de plus le plan arrière du mur est vertical, $B = 0$ et l'épaisseur du mur résulte de la formule simple suivante :

$$t^2 = - \frac{C}{A} \quad (25)$$

Il vient par exemple pour le profil rectangulaire à faces verticales ($\lambda = 1$) :

$$\left. \begin{aligned} A &= 3 - 4\zeta \\ C &= - \mu (1 + 3\eta), \end{aligned} \right\} \quad (25a)$$

et pour le profil triangulaire :

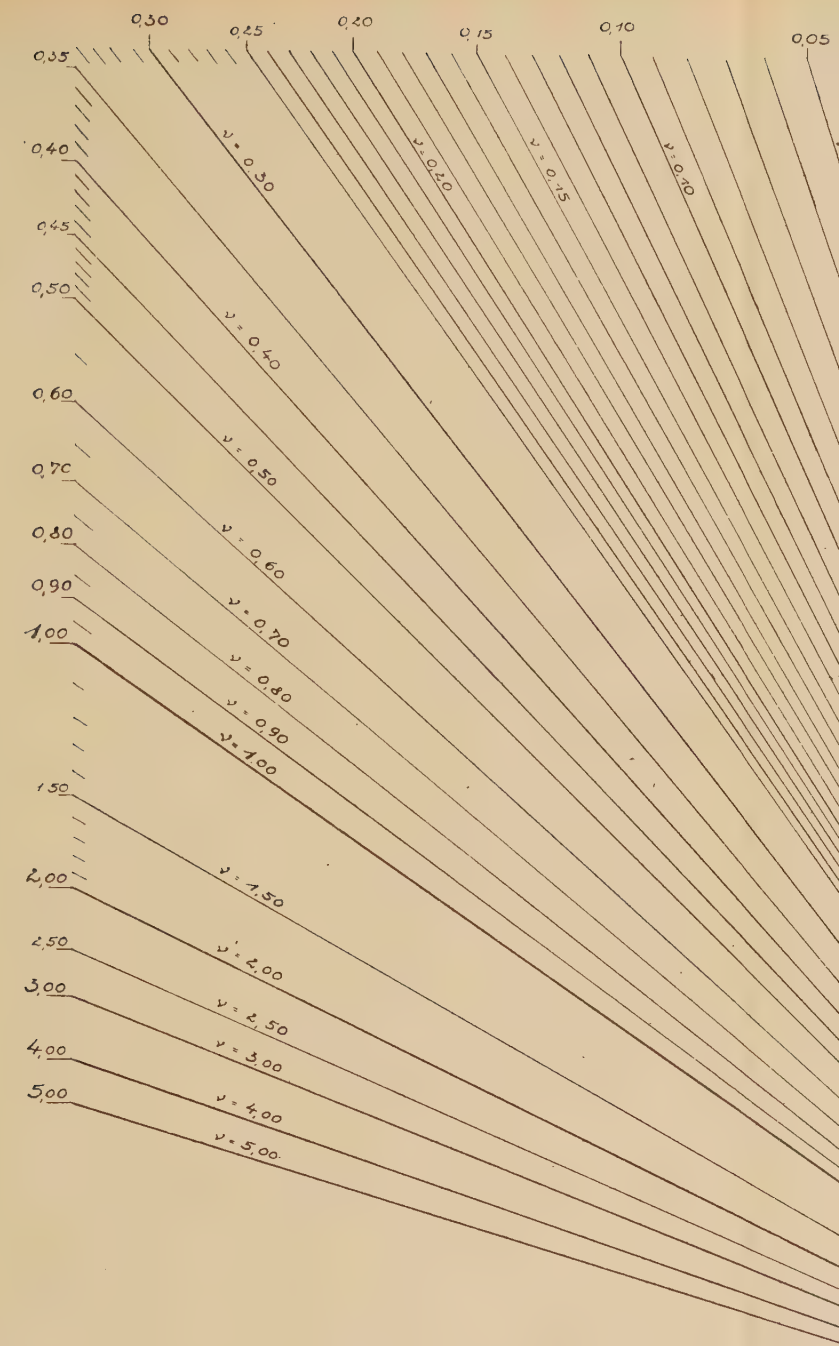
$$\begin{aligned} A &= 2 - \zeta \\ C &= - \mu (1 + 3\eta), \end{aligned}$$

Application numérique. — En adoptant $R = 100 \text{ t/m}^2$, $\gamma_m = 2,2 \text{ t/m}^3$, $\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$, et en écrivant les coefficients (23) sous la forme suivante, les valeurs numériques des coefficients K_1 à K_6 sont celles qu'indique le tableau n° 1.

$$\left. \begin{aligned} A &= K_1 (K_2 - h) \\ B &= - K_3 \operatorname{tg} \beta + K_4 \nu \operatorname{tg} \omega' (1 + 2\eta) (K_5 - h) \\ C &= - \nu [K_6 (1 + 3\eta) (1 + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \omega') + \nu h \operatorname{tg}^2 \omega' (1 + 2\eta)^2] \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

La condition de limite de validité peut s'écrire :

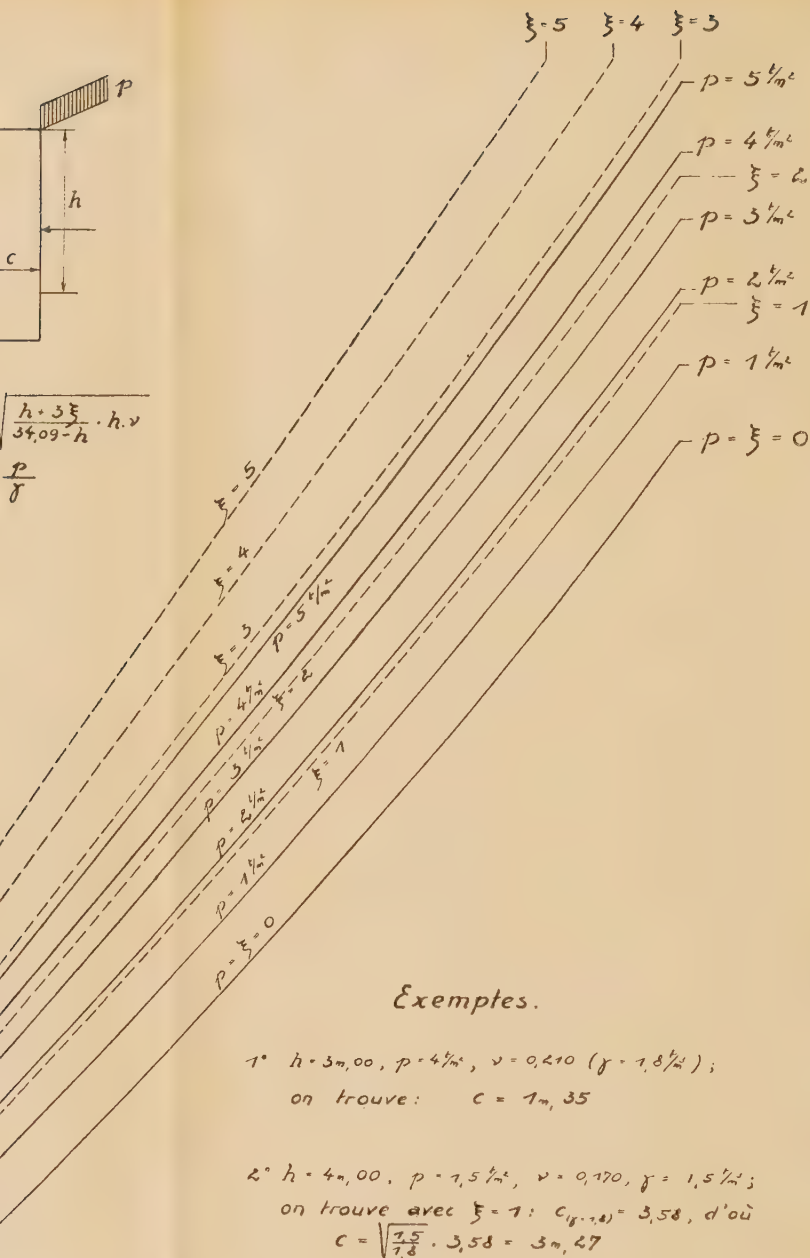
$$t \leq \frac{h \nu (1 + 2\eta) \operatorname{tg} \omega'}{55,55 + 1,222 (1 + \lambda) h}$$



← épaisseur du mur

C = 5.00 4.50 4.00 3.50 3.00 2.50 2.00

ÉPURE N° 2. — Abaque pour l'épaisseur d'un mur de



Exemples.

1° $h = 3m, 00$, $p = 4\frac{1}{2}m$, $v = 0,410$ ($\gamma = 1,8\frac{1}{2}$);
on trouve: $c = 1m, 35$

2° $h = 4m, 00$, $p = 1,5\frac{1}{2}m$, $v = 0,170$, $\gamma = 1,5\frac{1}{2}$;
on trouve avec $\xi = 1$: $c_{(\gamma, 1,5)} = 3,58$, d'où
 $c = \sqrt{\frac{1,5}{1,8}} \cdot 3,58 = 3m, 47$

hauteur du mur →
3,00 4,00 5,00 6,00 7,00 8,00 9,00 10,00 = h

compte que de la composante horizontale de la poussée.

TABLEAU N° 1

λ	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	Observations
0	1,494	90,91	67,90	2,444	68,18	55,55	profil triangulaire
1/5	2,151	74,49	95,06	2,933	56,82	»	
1/4	2,334	70,90	101,85	3,055	54,55	»	
1/3	2,656	65,33	113,15	3,259	51,14	»	
1/2	3,362	55,55	135,80	3,667	45,45	»	
3/4	4,575	43,60	169,75	4,277	38,96	»	
1	5,975	34,09	203,70	4,889	34,09	»	profil triangulaire

L'épure n° 2 permet de trouver l'épaisseur d'un mur droit rectangulaire aux données numériques ci-dessus, la composante verticale de la poussée étant négligée. [D'après formules (25) - (25a)].

3. Mur à parement avant parabolique

Supposons un mur, dont le parement arrière est plan et vertical et le parement avant courbé suivant une parabole du second degré (fig. 10).

En posant, comme précédemment $\frac{c_0}{c} = \lambda$, on a :

$$\Psi = \frac{1 + 2\lambda}{3}, \quad F_1 = 0, \quad F_2 = 0,233 [1 + \lambda (2,292 - 1,146 \lambda)]$$

En substituant ces valeurs, ainsi que celles sous (17) à (20) dans les expressions (16a), on obtient :

$$\left. \begin{aligned} A &= 1,40 [1 + \lambda (2,292 - 1,146 \lambda)] - 0,444 (1 + 2\lambda)^2 \xi \\ B &= \mu \operatorname{tg} \omega' (1 + 2\eta) [3 - 1,333 (1 + 2\lambda) \xi] \\ C &= -\mu [(1 + 3\eta) + \xi \mu \operatorname{tg}^2 \omega' (1 + 2\eta)^2] \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

et pour la limite de validité :

$$t \cong \frac{\xi \mu (1 + 2\eta) \operatorname{tg} \omega'}{1 - 0,6667 (1 + 2\lambda) \xi}$$

Application numérique. — Pour $R = 100 \text{ t/m}^2$, $\gamma_m = 2,2 \text{ t/m}^3$, $\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$, ces coefficients sont fournis par les expressions ci-dessous, que complète le tableau n° 2.

$$\left. \begin{aligned} A &= K_1 (K_2 - h) \\ B &= K_4 \nu \operatorname{tg} \omega' (1 + 2\eta) (K_3 - h) \\ C &= -\nu [55,55 (1 + 3\eta) + \nu h \operatorname{tg}^2 \omega' (1 + 2\eta)^2]. \end{aligned} \right\} (28)$$

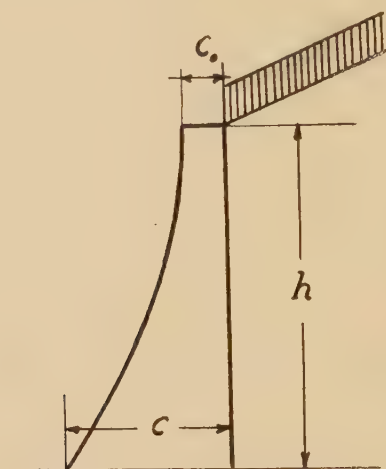


Fig. 10.

TABLEAU N° 2

λ	K_1	K_2	K_4	K_3
1/5	1,301	103,3	2,282	73,2
1/4	1,493	95,5	2,445	68,3
1/3	1,843	84,4	2,717	61,4
1/2	2,754	66,56	3,260	51,14

4. Le mur à console et le mur de Rabut

LE MUR À CONSOLE. — Soit P_c le poids de la partie ADGH [poids de la console et du remblai, y compris la surcharge, s'il y a lieu (voir fig. 11)]. Admettons que la charge P_c agisse au milieu de la largeur Δc de la console et que le remblai n'influe sur la console que par son poids. Po-

sons $x = \frac{h_1}{h}$ et $I = \frac{P_c}{\Delta x c h \gamma_m}$ (*). Le diagramme des poussées, ad-

(*) Voir encore formules 29, page 40.

mis conformément à l'hypothèse habituelle (voir MÖRSCH: *Der Eisenbetonbau*, II, 1^{re} partie, page 337) est représenté sur la fig. 12 (surface hachurée).

Le calcul de l'épaisseur c de la section au pied du mur pourrait se faire d'après les équations (16)-(16a). Mais, étant donné les conditions

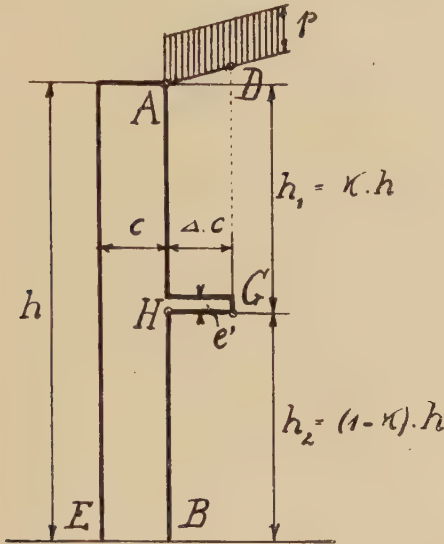


Fig. 11.

particulières de la poussée, nous suivrons ici la voie directe. Déterminons le moment statique des forces par rapport au point E. Les composantes horizontales et leurs bras de levier sont :

$$Q_1 = \frac{\nu \gamma}{2} h (h + 2\xi) \quad , \quad - \left(\frac{h}{3} \frac{h + 3\xi}{h + 2\xi} \right)$$

$$Q_2 = - \nu \gamma (h_1 + \xi) \Delta c \operatorname{tg} \varphi \quad , \quad - \left(h_2 - \frac{\Delta c}{2} \operatorname{tg} \varphi \right)$$

$$Q'_2 = - \nu \gamma (h_1 + \xi) \frac{\Delta c}{2 \cos \varphi} \quad , \quad - \left(h_2 - \frac{\Delta c}{3} \frac{1 + 3 \sin \varphi}{\cos \varphi} \right)$$

tandis que les charges verticales et leur bras de levier :

$$N_1 = \gamma_m h c (1 + \Delta x I) , \quad \frac{c}{2} \frac{1 + \Delta x I (2 + \Delta)}{1 + \Delta x I}$$

$$N_2 = - \frac{\nu \gamma}{2} h (h + 2 \xi) \operatorname{tg} \omega' , \quad c$$

$$N_3 = - \frac{\nu \gamma}{2} (h_1 + \xi) \Delta c \frac{1 + 2 \sin \alpha}{\cos \alpha} \operatorname{tg} \omega' , \quad c$$

En substituant à M et N leur valeur respective dans la formule (14) on obtient les coefficients suivants de l'équation du 2^e degré en t :

$$\left. \begin{aligned} A &= 3 [1 + \Delta x I (2 + \Delta)] - \frac{\mu \Delta (x + \eta)}{\cos \varphi} F_5 - \xi F_6^2 \\ B &= 3 \mu [\Delta (1 - x) (x + \eta) S + F_7] - 2 \xi \mu \operatorname{tg} \omega' (1 + 2 \eta) F_6 \\ C &= - \mu [(1 + 3 \eta) + \xi \mu \operatorname{tg}^2 \omega' (1 + 2 \eta)^2] \\ F_5 &= \Delta \frac{3 \sin \varphi (1 + \sin \varphi) + 1}{\cos \varphi} + 3 \operatorname{tg} \omega' (1 + 2 \sin \varphi) \\ F_6 &= 2 (1 + \Delta x I) - \mu \operatorname{tg} \omega' \Delta (x + \eta) S \\ F_7 &= (1 + 2 \eta) \operatorname{tg} \omega' \\ I &= \frac{e' \gamma_c + \gamma (x h - e' + 0,500 \Delta c \operatorname{tg} \alpha) + p}{x h \gamma_m} \\ \text{et} \quad S &= \frac{1 + 2 \sin \varphi}{\cos \varphi} \end{aligned} \right\} (29)$$

e' et γ_c désignent respectivement l'épaisseur et le poids spécifique de la console, p la surcharge éventuelle. Cette surcharge n'entre d'ailleurs en ligne de compte pour la console qu'exceptionnellement. Aussi pourra-t-on généralement poser de manière approchée :

$$I = \frac{\gamma}{\gamma_m}$$

La validité de ces formules est subordonnée à deux conditions. Il faut d'abord que :

$$h_2 \geq \Delta c S$$

c'est-à-dire que le point F (fig. 12) soit situé au-dessus de la section BE à examiner (qui est ici toujours la section de base). Il en résulte :

$$t \leq \frac{1-x}{\Delta S} \quad (30)$$

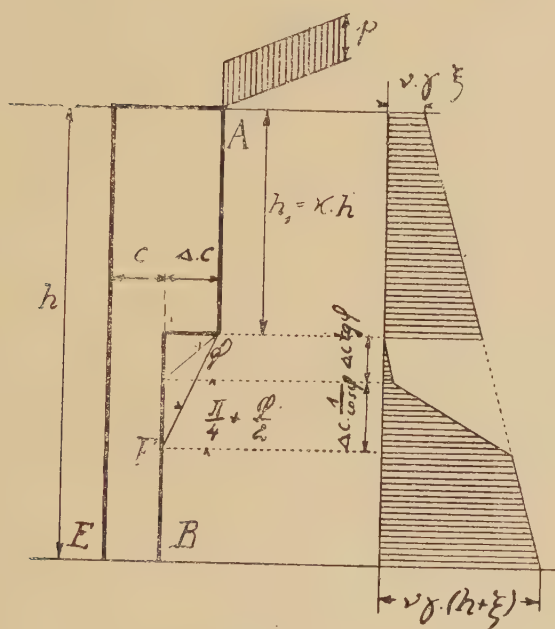


Fig. 12.

En outre, il faut que l'inégalité (15) soit satisfaite. Il vient :

$$t \leq \frac{\xi \mu (1 + 2\eta) \operatorname{tg} \omega'}{1 - 2\xi (1 + \Delta x I) + \xi \mu (1 + \eta) \Delta S \operatorname{tg} \omega'} \quad (30 a)$$

Application numérique. — En posant, comme dans les cas précédents, $R = 100 \text{ t/m}^2$, $\gamma_m = 2,2 \text{ t/m}^3$, $\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$, on obtient :

$$\left. \begin{aligned} A &= 203,7 [1 + \Delta x I (2 + \Delta)] - 55,55 \frac{\nu \Delta (x + \eta)}{\cos \varphi} F_s - h F_s^2 \\ B &= 166,67 \nu [\Delta (1 - x) (x + \eta) S + \operatorname{tg} \omega' (1 + 2\eta)] \\ &\quad - 2 \nu h \operatorname{tg} \omega' (1 + 2\eta) F_s \\ C &= - \nu [55,55 (1 + 3\eta) + \nu h \operatorname{tg}^2 \omega' (1 + 2\eta)^2] \\ F_s &= 2,444 (1 + \Delta x I) - \nu \operatorname{tg} \omega' \Delta (x + \eta) S \end{aligned} \right\} (29a) \quad (5)$$

LE MUR DE RABUT. — Ce profil (fig. 12) est préconisé par M. RABUT. Les conditions sont ici les mêmes que dans le cas précédent, à cela près que la composante verticale de la poussée relative à la partie saillante du mur a pour bras de levier $(1 + \Delta) \cdot c$, au lieu c , d'où

$$F_r = [1 + 2\eta + \Delta x (x + 2\eta)] \operatorname{tg} \omega'$$

et que $I = 1$.

Sous réserve de ce qui précède, les coefficients A, B, C, ainsi que les valeurs auxiliaires F_s etc dans (29) restent valables. De même les conditions de limite de validité sont inchangées. Ces conditions, comme dans les cas précédents, ne sont pas de caractère absolu. Ainsi, en dépassant légèrement la limite que fournit l'inégalité (30a), on ne commet qu'une erreur par excès de sécurité, la résultante dans ce cas se déplaçant vers le centre de la section. Par contre, le centre une fois dépassé, la compression réelle augmente, et, par conséquent, il y a erreur par défaut de sécurité. Les exemples suivants pourront illustrer ce que nous venons de dire.

1^{er} exemple. Soient $\varphi = 20^\circ$, $\operatorname{tg} \omega' = 0,363$, $h = 16 \text{ m}$, $\xi = 2$, $\Delta = 2,5$, $x = 1/4$. On obtient $A = 364,4$, $B = 148,4$, $C = -32,5$ et $c = 3 \text{ m}$. 033. On a par ailleurs $M = 292 \text{ tm}$, $N = 206 \text{ t}$, $a = 292:206 = 1,417$ et pour la compression réelle $R = 81,3 \text{ t/m}^2$, au lieu de 100 t/m^2 .

2^e exemple. Mêmes données, mais $x = 2/3$. On obtient $A = 761,0$, $B = 116,6$, $C = -32,5$ et $c = 2 \text{ m}$, 295. $M = 417 \text{ tm}$, $N = 254 \text{ t}$, $a = 1,65$ et $R = 262 \text{ t/m}^2$, au lieu de 100 t/m^2 . Ce grand écart provient du fait que les deux limites (30) et (30a) sont ici simultanément dépassées.

(5) F_s et F_r , ne contenant pas R , γ_m et γ , restent naturellement inchangés.

5. Cisaillement

L'épaisseur du mur, trouvée par les formules ci-dessus, doit être encore, en principe, vérifiée au point de vue du taux de cisaillement. En désignant par T ce taux, on a

$$T = 1,5 \frac{Q}{c}$$

En substituant et ordonnant, on obtient pour les murs à surface arrière plane :

$$t \geq \frac{0,75}{T} h \nu \gamma (1 + 2\eta)$$

et pour les murs des fig. 11 et 12 :

$$t \geq \frac{0,75}{T + F_s} h \nu \gamma (1 + 2\eta),$$

$$\text{où} \quad F_s = \Delta (x + \eta) \frac{1 + 2 \sin \varphi}{\cos \varphi}$$

Mais cette sécurité est généralement réalisée, soit par les dimensions obtenues à l'aide du calcul habituel basé sur la flexion, soit par celles qui résultent (pour les murs à faible hauteur, par exemple) des conditions d'exécution minima de la maçonnerie.

6. Exemples

Les exemples qui suivent ont été calculés avec les valeurs de RÉSAL et des hypothèses simples. Aussi certaines des épaisseurs obtenues peuvent-elles paraître faibles. Mais ces épaisseurs elles-mêmes ne présentent ici qu'une importance secondaire, le but poursuivi étant leur comparaison dans les différents cas.

A) Supposons le terrain horizontal et le plan de mur incliné sous l'angle $\beta = -10^\circ$. Soient, en outre, $h = 5$ m, ∞ , $\xi = 0$ (absence de surcharge), $\varphi = 45^\circ$. On a $\operatorname{tg} \beta = -0,176$ et, d'après les tables de RÉSAL [$\nu (=) A$, $\operatorname{tg} \omega' (=) B/A$]:

$$\nu = 0,100, \quad \operatorname{tg} \omega' = 0,57$$

a) *Le profil du mur est un rectangle* ⁽⁶⁾. On a: $\lambda = 1$ et, d'après (26) et tableau n° 1, en divisant par h :

$$A = 5,975 \left(\frac{34,09}{5,0} - 1 \right) = 34,75$$

$$B = \frac{203,70}{5,0} \cdot 0,176 + 4,889 \cdot 0,10 \cdot 0,57 \left(\frac{34,09}{5,0} - 1 \right) = 8,78$$

$$C = 0,10 \left[\frac{55,55}{5,0} (1 - 0,176 \cdot 0,57) + 0,10 \cdot 0,57^2 \right] = -1,003$$

et, à l'aide des coefficients ci-dessus:

$$t = - \frac{1}{2 \cdot 34,75} [8,78 - \sqrt{8,78^2 + 4 \cdot 34,75 \cdot 1,003}] = 0,086$$

d'où $c = th = 0,086 \cdot 5,00 = 0 \text{ m. } 43$

Ce résultat satisfait l'inégalité

$$t > \frac{5,00 \cdot 0,13 \cdot 1 \cdot 1}{55,55 + 1,22 \cdot 2 \cdot 5,00} = 0,0096$$

Si on avait négligé la composante verticale de la poussée, on aurait obtenu:

$$c = 0 \text{ m. } 52$$

b) *Le profil du mur est un trapèze, caractérisé par $\lambda = 1/2$* . On a:

$$A = 3,362 \left(\frac{55,55}{5,0} - 1 \right) = 34,09$$

$$B = \frac{135,80}{5,0} \cdot 0,176 + 3,667 \cdot 0,10 \cdot 0,57 \left(\frac{45,45}{5,0} - 1 \right) = 6,47$$

$$C = -1,003 \text{ } ^{(7)}$$

$$c = - \frac{5,00}{2 \cdot 34,09} [6,47 - \sqrt{6,47^2 + 4 \cdot 34,09 \cdot 1,003}] = 0 \text{ m. } 504$$

⁽⁶⁾ Les calculs sont faits à la règle.

⁽⁷⁾ Inchangé.

$$\varphi = 45^\circ, \alpha = 0$$

TABLE
Valeurs des épa

Cas	β	$\text{tg } \omega'$	ξ	h	PROFIL						
					en trapèze						
					$\lambda = 0$	$\lambda = \frac{1}{6}$	$\lambda = \frac{1}{5}$	$\lambda = \frac{1}{4}$	$\lambda = \frac{1}{3}$	$\lambda = \frac{1}{2}$	$\lambda = 1$
1°	— 10°	0,57	0	5,0	[0,83] 0,663 (0,33)					<0,542> 0,504 (0,375)	[0,5] 0,5 (0,3)
2°	0	1,00	0	5,0	[1,17] 0,86 (0,43)					<0,91> 0,795 (0,597)	[1,1] 0,9 (0,7)
3°	0	1,00	0	10,0	[2,45] 1,825 (0,913)		1,755 (1,05)	1,745 (1,09)	1,725 (1,15)	1,72 (1,29)	1,7 (1,1)
4°	+ 10°	1,425	0	5,0	[1,54] 1,10 (0,55)					<1,33> 1,24 (0,93)	[1,5] 1,3 (0,9)
5°	0	1,00	1	1,0	0,298 (0,149)	0,273 (0,159)					
6°	0	1,00	1	5,0	1,06 (0,53)	1,02 (0,595)					
7°	0	1,00	1	10,0	2,06 (1,03)	1,99 (1,16)					
8°	0	1,00	4	1,0	0,39 (0,195)						
9°	0	1,00	4	5,0	1,40 (0,705)						
10°	0	1,00	4	10,0	2,55 (1,275)						

Observations. — Les épaisseurs sont calculées d'après la théorie de RÉSAL, sauf celles, entre parenthèses, dont la valeur est calculée en négligeant la composante verticale de la poussée et l'épaisseur moyenne.

(7) Se trouve faiblement hors la limite de validité.

				Profil de RABUT								P. à console
parabolique				$\Delta = 1$			$\Delta = 2$		$\Delta = 2,5$	$\Delta = 10$	$\Delta = 1$	
1	$\lambda = 0,218$	$\lambda = \frac{1}{4}$	$\lambda = \frac{1}{2}$	$x = \frac{1}{4}$	$x = \frac{1}{2}$	$x = \frac{3}{4}$	$x = \frac{1}{4}$	$x = \frac{1}{2}$	$x = \frac{1}{4}$	$x = \frac{1}{4}$	$I = 0,863$ $x = 0,25$	
2] 3 3)												
1] 95 95)			0,79 (0,528)	0,565 (0,707)	0,473 (0,710)	0,434 (0,760)	0,424 (0,636)	0,330 (0,660)	0,377 (0,612)	0,133 ⁽⁷⁾ (0,465)	0,571	
0 0)	1,81 (0,867)	1,795 (0,896)										
4] 3 3)												

>, calculées avec les valeurs de COULOMB. Les chiffres entre parenthèses [] et () indiquent respectivement l'épais-

Si on avait calculé selon la théorie de COULOMB, en adoptant $\varphi' \doteq 2/3 \varphi$, on aurait obtenu

$$v = \frac{\cos^2 55^\circ}{\cos^2 10^\circ \left[1 + \sqrt{\frac{\sin 45^\circ \cdot \sin 75^\circ}{\cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ}} \right]^2}$$

$$= \frac{0,574^2}{0,985^2 \left[1 + \sqrt{\frac{0,707 \cdot 0,966}{0,985 \cdot 0,940}} \right]^2} = 0,0985$$

et $\operatorname{tg} \omega' \operatorname{tg} (30^\circ - 10^\circ) = 0,364$

et enfin, en procédant comme ci-dessus: $c = 0 \text{ m}, 54$.

c) *Profil triangulaire*. $\lambda = 0$. On a

$$A = 1,494 \left(\frac{90,91}{5,0} - 1 \right) = 25,65$$

$$B = \frac{67,90}{5,0} \cdot 0,176 + 2,444 \cdot 0,10 \cdot 0,57 \left(\frac{68,182}{5,0} - 1 \right) = 4,15$$

$$C = -1,003$$

$$c = -\frac{5,00}{2 \cdot 25,65} [20,74 - \sqrt{4,15^2 + 4 \cdot 25,65 \cdot 1,003}] = 0 \text{ m}, 663$$

En négligeant la composante verticale de la poussée, on obtient: $c = 0 \text{ m}, 83$,

d) *Mur à console*. $\varphi = 45^\circ$, $\operatorname{tg} \omega' = 1$, $h = 5,00$, $\xi = 0$, $\Delta = 1$, $\alpha = 0,25$, $l = 0,863$. On a: $v = 0,13$ et

$$\sin \varphi = \cos \varphi = 0,707, \quad S = \frac{1 + 2 \sin \varphi}{\cos \varphi} = 3,414$$

$$F_a = 1 \cdot \frac{3 \cdot 0,707 \cdot 1,707 + 1}{0,707} + 3 \cdot 1 \cdot 2,414 = 13,76$$

$$F_0 = 2,444 (1 + 1 \cdot 0,25 \cdot 0,863) - 0,13 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,25 \cdot 3,414 = 2,86$$

$$A = \frac{203,7}{5,0} [1 + 1 \cdot 0,25 \cdot 0,863 \cdot 3] - \frac{55,55}{5,0} \frac{0,13 \cdot 1 \cdot 0,25}{0,707} 13,76 - 2,86^2 = 53,72$$

$$B = \frac{166,67}{5,0} 0,13 [1 \cdot 0,75 \cdot 0,25 \cdot 3,414 + 1 \cdot 1] - 2 \cdot 0,13 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2,86 = 6,356$$

$$C = - 0,13 \frac{55,55}{5,0} \cdot 1 + 0,13 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = - 1,428$$

$$c = \frac{5,0}{2 \cdot 53,72} [6,356 - \sqrt{6,356^2 + 4 \cdot 53,72 \cdot 1,428}] = 0,571$$

Ces résultats ainsi que ceux d'autres exemples calculés se trouvent groupés dans le tableau N° 3.

7. Conclusions. - Le « profil idéal »

Les exemples calculés dont le tableau N° 3 donne un aperçu, font ressortir l'avantage que présente, au point de vue économique, l'emploi des profils triangulaires et en trapèze de faible épaisseur dans le haut. Cet avantage semble être d'autant plus marqué que la valeur algébrique de l'angle β est grande. Les murs des fig. 11 et 12 sont évidemment plus économiques que le profil rectangulaire, mais en général moins que les profils précités. Ainsi, dans le cas 2° du tableau n° 3, l'épaisseur moyenne du mur de RABUT, pour $\Delta = 2,5$, et $\alpha = \frac{1}{4}$, est de 0,612, alors que celle du profil en trapèze, pour $\lambda = \frac{1}{2}$, n'est que de 0,597. En supposant pour le béton armé de la console (y compris armature et coffrage) un prix unitaire de 4 fois supérieur à celui du béton ordinaire du mur, l'épaisseur moyenne fictive du mur à console serait d'env. 0,620. L'emploi du profil parabolique à parement avant concave est théoriquement avantageux, lorsque la surcharge est faible ou inexistante, tandis que si celle-ci est très grande, le profil théoriquement économique serait celui dont le pare-

ment avant serait convexe. On peut s'en rendre compte par le raisonnement suivant.

Considérons un mur triangulaire à plan arrière vertical d'après la fig. 13. Désignons par z la hauteur du mur et par $c = k_1 \cdot z$ son épaisseur correspondant à z . La distance du centre de gravité du mur au plan arrière est $c/3$. Admettons d'abord que la surcharge soit nulle. Le poids du mur est égal à $\gamma_m \cdot c \cdot \frac{z}{2} = \frac{\gamma_m}{2} \cdot k_1 \cdot z^2 = k_2 \cdot z^2$. Exprimons la poussée par $k_3 \cdot z^2$, sa composante verticale par $k_4 \cdot z^2$, où k_1 , k_2 , k_3 et k_4

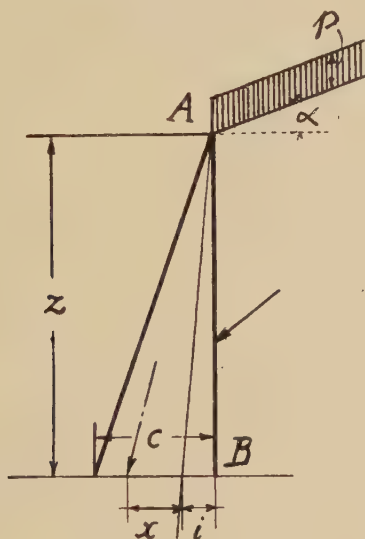


Fig. 13.

sont des constantes. La position de la résultante des forces verticales par rapport au plan arrière du mur est donnée par l'expression

$$i = \frac{c}{3} \cdot \frac{k_2 z^2}{k_2 z^2 + k_4 z^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{k_1 k_2 z}{k_2 + k_4}$$

C'est l'équation d'une ligne droite issue du point A. Par ailleurs, en désignant par x l'ordonnée (horizontale) de la ligne des pressions à l'inté-

rieur du mur, relative à cette droite, l'équation différentielle de cette ligne est :

$$\frac{dx}{dz} = \frac{\int q \cdot dz}{\gamma_m \int c \cdot dz + \operatorname{tg} \omega' \int q \cdot dz}$$

$$= \frac{k_3 z^2}{k_2 z^2 + k_4 z^2} + \frac{k_3}{k_2 + k_4} = \text{constante}$$

Il s'ensuit que la ligne des pressions, dans ce cas, est également une droite, issue, comme l'autre, du point A. La distance a est, en conséquence, proportionnelle à z . D'autre part, la charge verticale N étant pro-

portionnelle à z^2 , la compression $R = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{a}$ l'est également à z . En

supposant la section de base soumise au taux maximum, il est évident que les sections supérieures subiront une fatigue moindre. Pour que le taux soit le même dans toutes les sections, il faudrait donc que le parement avant du mur soit concave.

Admettons maintenant que la surcharge soit tellement grande (le mur supposé de faible hauteur) que la poussée des terres proprement dite puisse être négligée à côté de la poussée $k_3 \cdot z$ relative à la surcharge. Soit encore $k_6 z$ la composante verticale de la poussée. On a :

$$i = \frac{c}{3} \cdot \frac{k_2 z}{k_2 z^2 + k_6 z} = \frac{1}{3} \cdot \frac{k_1 k_2 z}{k_2 z + k_6}$$

C'est l'équation d'une courbe convexe. La ligne des pressions est caractérisée par

$$\frac{dx}{dz} = \frac{k_3 z}{k_2 z^2 + k_6 z} = \frac{k_3}{k_2 z + k_6}$$

(*) En formant la dérivée de $\frac{dx}{dz}$ et en l'égalant à 0, on obtient la relation

$$\frac{q}{c} = \frac{\int q dz}{\int c dz} = \frac{Q}{\Omega}$$

Celle-ci est donc, d'une manière générale, le critérium pour

$$\frac{dx}{dz} = \text{constante.}$$

Ω désigne l'aire du profil.

par la condition que sa face avant soit courbée conformément à la loi qu'expriment ces équations.

On aurait donc à substituer dans les équations (16)-(16a):

$$\Psi_{cz} = \int c \cdot dz$$

et

$$(F_1 c + F_2)_{cz} = (c - z \cdot \operatorname{tg} \beta) \int c \cdot dz + \operatorname{tg} \beta \int cz \cdot dz - \frac{1}{2} \int c^2 \cdot dz$$

La solution explicite ne paraît pas possible. L'approximation la plus simple pour trouver la « courbe idéale » est la suivante.

On calcule trois sections en égale hauteur en admettant un profil triangulaire; on obtient une ligne polygonale. La courbe recherchée est située dans l'intervalle entre les courbes inscrite et circonscrite de ce polygone.

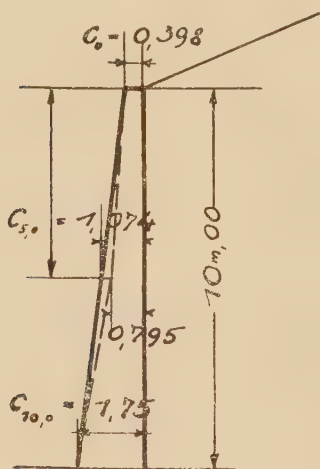


Fig. 15.

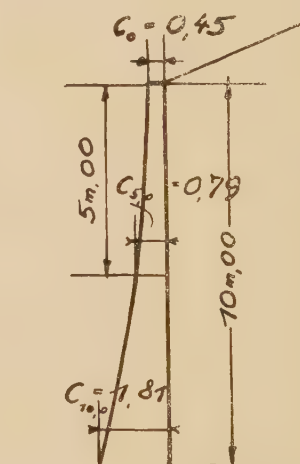


Fig. 16.

Cet intervalle sera petit pour les moyennes valeurs de ξ et relativement grand pour les valeurs très petites ou très grandes de ξ . En calculant un plus grand nombre de sections que trois, on peut naturellement obtenir la précision que l'on désire. Mais la crête du mur devant toujours avoir une largeur appropriée, la connaissance exacte de la courbe théorique ne présente généralement pas un grand intérêt. Excepté pour les murs de grande hauteur, le calcul de deux sections suffit dans la plupart des cas

pour obtenir le profil approprié. Le profil courbe (parabolique ou autre) nécessite donc le calcul de deux sections au moins, tandis que pour le profil en trapèze le calcul d'une seule section est généralement suffisant. Reste à savoir si pour le profil courbe, l'économie réalisée sur le béton n'est pas rendu illusoire par le prix plus élevé du coffrage.

Les figures 15 et 16 montrent deux profils, l'un droit l'autre courbe, calculés pour la même poussée. Ces deux profils correspondent aux cas 2° et 3° du tableau N° 3.



CHAPITRE III

CALCUL DES MURS DE SOUTÈNEMENT AU POINT DE VUE DE LEUR ASSISE SUR LE SOL

1. Considérations générales

La forme et l'épaisseur du mur une fois déterminées, l'examen statique devra porter sur sa semelle, qu'on vérifiera au double point de vue de la pression sur le sol et de la résistance de l'empattement. Souvent, on pose aussi la condition que le mur soit stable en soi, c'est-à-dire que la verticale de son centre de gravité reste à l'intérieur de sa surface d'assise. On s'assurera enfin si le mur n'est pas susceptible de glisser sur son assise.

La recommandation de certains auteurs, de disposer la base de manière à ce que la résultante tombe au milieu de la surface d'assise, afin d'obtenir la répartition uniforme des pressions sur le sol, est excessive et, souvent impossible même à réaliser. La position excentrée de la résultante ne présente en elle-même aucun inconvénient, pourvu que le taux admis pour le sol soit modéré, que les eaux d'infiltration soient évacuées dans de bonnes conditions, etc. D'ailleurs, cette excentricité ne sera généralement pas grande, étant donné le taux faible qu'on doit adopter pour le sol dans la plupart des cas. Alors qu'à l'intérieur d'un mur à épaisseurs minima, la résultante tombe presque toujours dans le tiers extérieur de l'épaisseur c , la résultante à fleur de sol reste généralement dans le tiers médian de la largeur d'assise. Aussi emploierons-nous ici la formule de « noyau »

$$R_s = \frac{6 M_n}{c_b^2} \quad (32)$$

où M_n est le moment statique des forces par rapport au point I de la base (fig. 17), c_b la largeur, h_b la hauteur de la base et R_s la pression sur le sol.

Le taux généralement faible admis pour le sol vis-à-vis du poids relativement important de la maçonnerie, conduit à des limites assez serrées pour la hauteur totale H du mur, quelle que soit, bien entendu, la méthode de calcul adoptée. Dans le cas où la résultante agit au centre de la largeur d'assise, on a :

$$R_s = \frac{N}{c_b}$$

où N désigne la charge verticale totale. Le taux est doublé, si la résultante tombe en G ou en I (fig. 17). Il s'ensuit l'inégalité suivante :

$$\frac{N}{R_s} < c_b < \frac{2 N}{R_s} \quad (33)$$

où la limite inférieure exprime la largeur minima absolue, tandis que la limite supérieure se rapporte à la validité pour l'emploi de la formule (32). Toutefois un léger dépassement de cette limite de validité n'est pas d'une grande importance. Admettons par exemple que pour une pression sur le sol de 25 t/m² et une charge totale N = 11 T, on eût obtenu une largeur de base de 1 m, 00. La limite de validité se trouve dépassée, puisque 2 fois 11 divisé par 25 donne moins que 1. En désignant par a le bras de levier de la résultante par rapport à C (fig. 17), on a :

$$a = \frac{2}{3} c_b - \frac{R_s}{6 N} c_b^2 = \frac{2}{3} 1,00 - \frac{25}{6 \cdot 11} 1,00^2 = 0,289$$

et pour la pression réelle sur le sol :

$$R_{sr} = \frac{2}{3} \frac{N}{a} = \frac{2}{3} \frac{11}{0,289} = 25,5 \text{ t/m}^2$$

au lieu de la pression admise de 25 t/m². On voit que l'écart entre les deux valeurs est minime. Souvent, dans le cas de dépassement léger de la limite de validité, on pourra se contenter de corriger sommairement le résultat obtenu, en élargissant la base de la longueur de

$$\left(\frac{R_{rs}}{R_s} - 1 \right) \cdot a, \quad \text{où mieux de} \quad \left[\left(\frac{R_{sr}}{R_s} \right)^2 - 1 \right] \cdot a$$

afin de tenir encore approximativement compte du déplacement de la résultante par suite de cet élargissement ultérieur. Celui-ci porterait dans le présent cas sur env. 12 mm. seulement.

Dans le cas où l'examen ci-dessus révélerait que la position de la résultante est sensiblement hors du noyau central, le calcul devrait être refait sur la base de la relation

$$R_s = \frac{2}{3} \frac{N}{a} \quad (34)$$

Aussi avons-nous établi la formule relative à ce cas parallèlement avec l'autre.

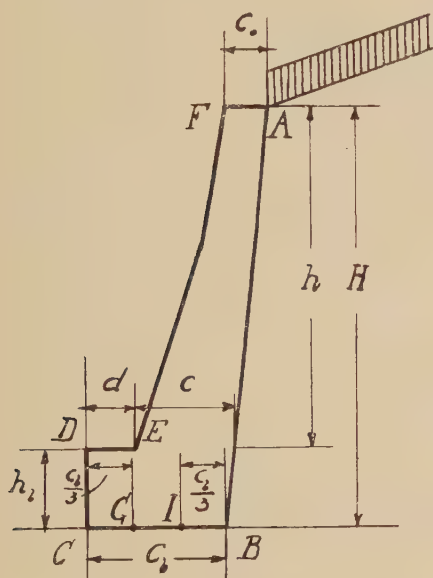


Fig. 17.

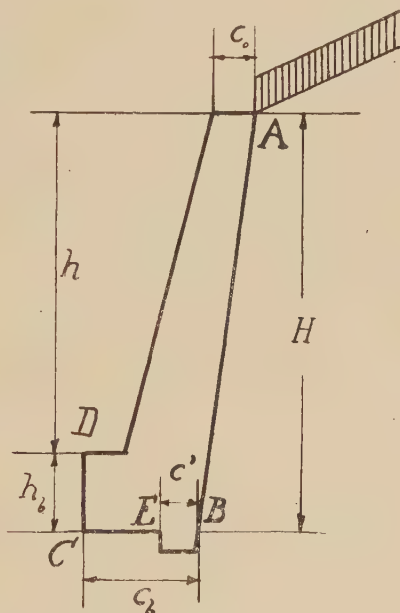


Fig. 18.

Afin de parer au glissement du mur sur son assise, sauf dans le cas de dispositions spéciales — par exemple celle représentée sur la fig. 18 — on doit avoir

$$\frac{Q}{N} = \operatorname{tg} \varphi_s \quad (35)$$

où φ_s est l'angle de frottement entre sol et semelle. Cette conception convient pour les besoins de la pratique quoiqu'elle ait été l'objet de certaines critiques ⁽¹⁾.

2. Méthode approximative

Pour les murs peu importants et en particulier si $\beta < 0$ et le rapport $\frac{h_b}{H}$ est petit, on peut approximativement utiliser les équations relatives

à l'épaisseur du mur, en négligeant le poids de la partie CDE, ainsi que la poussée relative à la face CD (voir fig. 17). On remplacera dans les expressions (16a), etc., h par H , c par c_b , Ψ par Ψ_b — $\Psi_b \cdot c$ étant l'épaisseur moyenne du mur sur toute sa hauteur, de A à B — et on attribuera à R la valeur de la pression admise pour le sol. Dans le cas ordi-

naire, si $Q = \frac{H \nu \gamma}{2} \cdot (H + 2 \xi)$ et s'il est possible d'assimiler approxi-

mativement le profil entier à un trapèze, la solution approchée du problème est donc fournie par la formule du profil en trapèze [coefficients (23) ou (26)] les valeurs K étant celles indiquées dans le tableau N° 4 ci-dessous (R_s en t/m^2).

TABLEAU N° 4

R_s	λ_b (2)	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6
10	0	1,494	9,091	6,790	2,444	6,818	5,555
	1/2	2,151	7,449	9,506	2,933	5,682	5,555
20	0	1,494	18,182	13,580	2,444	13,636	11,111
	1/2	2,151	14,898	19,012	2,933	11,364	11,111
30	0	1,494	27,273	20,370	2,444	20,454	16,667
	1/2	2,151	22,347	28,518	2,933	17,046	16,667

Exemple: Soient $\alpha = 0$, $\beta = -10^\circ$, $\varphi = 45^\circ$, $\xi = 0$, $H = 4$ m, 00, $h_b = 0$ m, 80, $c = 0$ m, 50, $c_0 = 0$ m, 25, $R_s = 10$ t/m^2 , $\nu = 0,10$, $\text{tg } \omega' = 0,57$, $\text{tg } \beta = -0,176$, $\Psi_b = 0,75$ (estimé, il en résulte que $\lambda_b = 0,50$) ⁽²⁾.

(1) Voir BETONKALENDER, 1936, II^{me} partie, p. 66.

(2) A l'analogie de la relation (22), λ_b est défini par $\lambda_b = 2\Psi_b - 1$.

$$A = 2,151 (7,449 - 4,00) = 7,40$$

$$B = 9,506 \cdot 0,176 + 2,933 \cdot 0,10 \cdot 0,57 (5,682 - 4,00) = 1,953$$

$$C = -0,10 [5,555 (1 - 0,176 \cdot 0,57) + 0,10 \cdot 4,0 \cdot 0,57^2] = -0,5125$$

$$c_b = t H = -\frac{4,00}{2 \cdot 7,40} [1,953 - \sqrt{1,953^2 + 4 \cdot 7,40 \cdot 0,5125}] = 0 \text{ m}, 65$$

L'empattement d est égal à

$$d = 0,65 + 0,80 \cdot 0,176 - 0,50 = 0,291$$

On a par ailleurs pour la valeur réelle de Ψ_b :

$$\begin{aligned} \Psi_{br} &= \frac{(H - h_b) (c + c_0) + h_b (c_b + c + d)}{2 H c_b} \\ &= \frac{3,20 \cdot 0,75 + 0,80 (0,65 + 0,50 + 0,291)}{2 \cdot 4,00 \cdot 0,65} = 0,683 \end{aligned}$$

L'hypothèse $\Psi_b = 0,75$ a donc été un peu défavorable. Toutefois l'influence de Ψ_b est assez faible. Par ailleurs la limite de validité

$$a < \frac{c_b}{3}, \quad \text{ou} \quad c_b > \frac{2 N}{R_s}$$

se trouve ici dépassée, comme nous le montrerons plus loin. Aussi l'exemple ci-dessus comporte-t-il une seconde erreur par excès de sécurité, également légère d'ailleurs.

3. Calcul strict basé sur la formule (32)

On a à considérer les poussées suivantes:

$$Q \text{ et } Q_b = \frac{h_b^2 \cdot \nu_b \cdot \gamma}{2}$$

aux bras de levier respectifs de $\Gamma \cdot H$ et $h_b/3$. Les forces verticales et

leurs bras de levier par rapport au point I de la surface d'assise (fig. 17) s'écrivent :

$$N_1 = \Psi \cdot c \cdot h \cdot \gamma_m \quad , \quad - \frac{1}{3} \cdot [(3\varphi - 2) \cdot c + d - 2 h_b \cdot \operatorname{tg} \beta]$$

$$N_2 = (c + d) \cdot h_b \cdot \gamma_m \quad , \quad + \frac{1}{6} \cdot (c + d + 4 \cdot h_b \cdot \operatorname{tg} \beta)$$

$$N_3 = \frac{h_b^2}{2} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \gamma_m \quad , \quad - \frac{1}{3} \cdot (c + d - h_b \cdot \operatorname{tg} \beta)$$

$$N_4 = Q \cdot \operatorname{tg} \omega' \quad , \quad - \frac{1}{3} \cdot [c + d + \operatorname{tg} \beta \cdot (h_b - 3 \Gamma H)]$$

$$N_5 = Q_b \cdot \operatorname{tg} \omega'_b \quad , \quad + \frac{2}{3} \cdot (c + d + h_b \cdot \operatorname{tg} \beta)$$

La valeur maxima de la pression sur le sol s'obtient en divisant le moment statique, que fournissent les expressions ci-dessus, par le couple de résistance de la surface de base :

$$R_s = \frac{6 M}{c_b^2} \quad (36)$$

En posant

$$\begin{aligned} \frac{d}{H} = t', \quad \frac{h_b \gamma_m}{R_s} = \zeta', \quad \frac{c}{H} = n_1, \quad \frac{h_b \operatorname{tg} \beta}{H} = n_2, \quad \frac{2 \Psi c h}{H h_b} = n_3 \\ \frac{(3\varphi - 2) c - 2 h_b \operatorname{tg} \beta}{H} = n_4, \quad \frac{2 Q}{R_s H} = m_1, \quad \frac{2 Q_b}{R_s H} = m_2 \quad , \end{aligned}$$

en substituant ces valeurs dans la relation (36) etc... et en ordonnant, on obtient pour valeur de t' l'équation du second degré

$$A t'^2 + B t' + C = 0 \quad (37)$$

aux coefficients suivants :

$$\left. \begin{aligned} A &= 1 - \zeta' \\ B &= 2 (n_1 + n_2) - \zeta' (2 n_1 + 3 n_2 - n_3) + m_1 \operatorname{tg} \omega' + 2 m_2 \operatorname{tg} \omega'_b \\ C &= (1 - \zeta') (n_1 + n_2)^2 - \zeta' (n_1 n_2 - n_3 n_4) + \\ &\quad + m_1 [(n_1 + n_2) \operatorname{tg} \omega' - 3 \Gamma (1 + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \omega')] + \\ &\quad + m_2 \left[\frac{n_2}{\operatorname{tg} \beta} - 2 (n_1 + n_2) \operatorname{tg} \omega'_b \right] \end{aligned} \right\} (37a)$$

La limite de validité de la formule résulte du côté droit de l'inégalité double (33) :

$$\frac{c_b}{H} \leq \frac{1}{1 - \zeta'} [\zeta' (n_3 - n_2) + m_1 \operatorname{tg} \omega' + m_2 \operatorname{tg} \omega'_b] \quad (38)$$

Les équations (37)-(37a) représentent la solution générale du problème pour tout état d'équilibre et tout profil de mur à base en trapèze.

Dans le cas ordinaire la poussée s'exprime comme suit :

$$Q = \frac{1}{2} H^2 \nu \gamma (1 + 2 \eta')$$

$$\Gamma = \frac{1}{3} \frac{1 + 3 \eta'}{1 + 2 \eta'}$$

$$\text{et } m_1 = \frac{H \nu \gamma}{R_s} (1 + 2 \eta') \quad \text{où} \quad \eta' = \frac{\xi}{H}$$

En outre :

$$m_2 = \frac{h_b^2 \nu_b \gamma}{H R_s}$$

Dans le cas, où le profil du mur au-dessus de la base est un trapèze, on a d'après (22 et 22a)

$$n_3 = \frac{(1 + \lambda) c h}{H h_b}$$

$$\text{et } n_4 = - \frac{\lambda n_1 + (1 + 2 \lambda) \operatorname{tg} \beta + n_2}{1 + \lambda}$$

Exemple: Reprenons l'exemple traité par la méthode approximative. Soient encore $v_b = 0,13$, $\operatorname{tg} \omega'_b = 1$. On a

$$\xi' = \frac{0,80 \cdot 2,2}{10} = 0,176, \quad n_1 = \frac{0,50}{4,00} = 0,125,$$

$$n_2 = - \frac{0,80 \cdot 0,176}{4,00} = - 0,0352, \quad n_3 = \frac{1,5 \cdot 0,50 \cdot 3,20}{4,00 \cdot 0,80} = 0,75,$$

$$n_4 = - \frac{0,50 \cdot 0,125 - 2 \cdot 0,176 - 0,0352}{1,5} = 0,2372$$

$$m_1 = \frac{4,0 \cdot 0,10 \cdot 1,8}{10} \cdot 1 = 0,072, \quad m_2 = \frac{0,80^2 \cdot 0,13 \cdot 1,8}{4,0 \cdot 10} = 0,003735$$

$$n_1 + n_2 = 0,0898$$

$$A = 1 - 0,176 = 0,824 \quad (3)$$

$$B = 2 \cdot 0,0898 - 0,176 (2 \cdot 0,125 - 3 \cdot 0,0352 - 0,75) + \\ 0,072 \cdot 0,57 - 2 \cdot 0,003735 \cdot 1 = 0,3197$$

$$C = 0,824 \cdot 0,0898^2 - 0,176 (- 0,125 \cdot 0,0352 - 0,75 \cdot 0,2372) + 0,072,$$

$$[0,0898 \cdot 0,57 - 0,90] + 0,003735 \left[\frac{0,0352}{0,176} - 2 \cdot 0,0898 \cdot 1 \right] = 0,02259$$

$$d = i' H = \frac{4,00}{2 \cdot 8,24} [3,197 - \sqrt{3,197^2 + 4 \cdot 8,24 \cdot 0,2259}] = 0,243$$

d'où la largeur c_b de l'assise :

$$c_b = c + d + h_b \operatorname{tg} \beta = 0,50 + 0,243 - 0,80 \cdot 0,176 = 0,60$$

au lieu de 0,65 obtenu à l'aide de la méthode approximative.

(3) Pour raison de commodité du calcul nous avons multiplié A, B et C simultanément par 10.

La limite de validité n'est pas atteinte, puisque la condition :

$$\frac{0,60}{4,00} = 0,15 \leq \frac{1}{0,824} [0,176 (0,75 + 0,0352) + 0,072 \cdot 0,57 + 0,003735 \cdot 1] = 0,2214$$

est satisfaite ⁽⁴⁾.

4. Calcul auxiliaire basé sur la relation $3 MR_s = 2 N^2$

Les forces verticales et leur bras de levier respectif par rapport au point extrême C de la base (voir fig. 17) s'écrivent comme suit :

$$N_1 = \Psi \operatorname{ch} \gamma_m, \quad c + d$$

$$N_2 = (c + d) h_b \gamma_m, \quad \frac{c + d}{2}$$

$$N_3 = \frac{h_b^2}{2} \operatorname{tg} \beta \gamma_m, \quad c + d + \frac{h_b \operatorname{tg} \beta}{3}$$

$$N_4 = Q \operatorname{tg} \omega', \quad c + d + h_b \operatorname{tg} \beta - \Gamma H \operatorname{tg} \beta$$

$$N_5 = Q_b \operatorname{tg} \omega'_b, \quad 0$$

Les poussées et leur bras de levier sont inchangés. On obtient à l'aide des expressions ci-dessus le moment statique M des forces, par rapport à C. Si la résultante tombe entre C et G, la pression R_s résulte de la formule (34). On a donc, en tenant compte que $aN = M$,

$$3 MR_s = 2 N^2 \quad (39)$$

⁽⁴⁾ Du fait que la limite de validité n'est pas atteinte ici, il résulte forcément qu'elle est dépassée, et par la méthode approximative, et par le calcul basé sur la formule $3 MR_s = 2 N^2$ [formule (39)].

Par ailleurs, en posant

$$N' = N_1 + c h_b \gamma_m + N_3 + N_4 + N_5 \quad (40)$$

la force verticale totale s'écrit comme suit :

$$N = N' + d h_b \gamma_m \quad (41)$$

En substituant les expressions de M et N dans la relation (39) et en ordonnant, on obtient de nouveau l'équation du second degré (37), dont les coefficients sont cependant :

$$\left. \begin{aligned} A &= 1 - \frac{4}{3} \zeta' \\ B &= 2 \left(1 - \frac{4}{3} \zeta' \right) m_3 - \frac{4}{3} m_2 \operatorname{tg} \omega'_b \\ C &= n_1 [(n_1 + n_2) + n_4 \varrho] + \frac{n_2^2}{3} + \frac{1}{3 \zeta'} \\ &\quad \left\{ 3 m_1 [(n_1 + n_2) \operatorname{tg} \omega' - \Gamma (1 + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \omega')] + \frac{n_2 m_2}{\operatorname{tg} \beta} - 4 m_4^2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

$$\text{où} \quad m_3 = \frac{N' - N_5}{H h_b \gamma_m} \quad \text{et} \quad m_4 = \frac{N'}{R_s H}$$

Pour le profil en trapèze on a

$$n_2 \varrho = \frac{\operatorname{tg} \beta - n_2}{3 n_2} \left\{ [2 (1 + \lambda) - \lambda^2] n_1 - (1 + 2 \lambda) (\operatorname{tg} \beta - n_2) \right\}$$

La limite de validité s'exprime ici comme dans le cas précédent [inégalité (38)] sous réserve d'inversion du signe d'inégalité, étant donné que les deux secteurs d'application des formules sont juxtaposés.

Exemple: En reprenant l'exemple traité dans le cas précédent, nous entendons en particulier illustrer l'erreur qu'on commet en calculant à l'aide de la formule (42), quand la résultante reste dans le noyau central.

On a :

$$\frac{N'}{\gamma_m} = \frac{1}{2} \left\{ 1,5 \cdot 0,50 \cdot 3,2 + 2 \cdot 0,50 \cdot 0,80 - 0,80^2 \cdot 0,176 + \frac{1,8}{2,2} \right.$$

$$\left. [4,0^2 \cdot 0,10 \cdot 0,57 + 0,80^2 \cdot 0,13 \cdot 1,0] = 1,950 \right.$$

$$\frac{N' - N_s}{\gamma_m} = 1,950 - \frac{1,8}{2,2} \frac{0,80^2}{2} \cdot 0,13 \cdot 1,0 = 1,950 - 0,034 = 1,916$$

$$m_s = \frac{1,916}{4,0 \cdot 0,80} = 0,60 \quad , \quad m_4 = \frac{1,950}{10 \cdot 4,0} \cdot 2,2 = 0,1073$$

$$n_s \varphi = \frac{-0,176 + 0,0352}{-3 \cdot 0,0352} \left\{ (3 - 0,25) \cdot 0,125 - 2 (-0,176 + 0,0352) \right\} =$$

$$= 1,333 \cdot 0,6256 = 0,833$$

$$A = 1 - \frac{4}{3} \cdot 0,176 = 0,765$$

$$B = 2 \cdot 0,765 \cdot 0,60 - \frac{4}{3} \cdot 0,003735 \cdot 1 = 0,918 + 0,005 = 0,923$$

$$C = 0,125 [0,0898 + 0,8330] + 0,0352^2 + \frac{1}{3 \cdot 0,176} \left\{ 3 \cdot 0,072 \cdot \right.$$

$$\left. \left[0,0898 \cdot 0,57 - \frac{0,90}{3} \right] + \frac{0,003735 \cdot 0,0352}{0,176} - 0,0460 \right\}$$

$$= 0,1150 + 0,0012 - 0,1876 = -0,0714$$

$$d = -\frac{4,00}{2 \cdot 7,65} [9,23 - \sqrt{9,23^2 + 4 \cdot 7,65 \cdot 0,714}] = 0,288$$

et $c_b = 0,50 + 0,288 - 0,80 \cdot 0,176 = 0,647$

5. Application au mur à console et au mur de Rabut

Les formules (37a) et (42) s'appliquent également au mur à console et, d'une manière approchée, au mur de Rabut. L'approximation relative à celui-ci provient de ce que les formules comportent l'hypothèse un peu défavorable que la composante verticale de toute la poussée agit suivant la verticale de B (voir fig. 12). On a

$$\Psi = (1 + \Delta \times I) \quad \text{et} \quad \varphi = \frac{F_1}{\Psi}, \quad \text{où} \quad F_1 = \frac{1}{2} [1 + \Delta \times I (2 + \Delta)]$$

et partant

$$n_1 = 1,5 n_i \left(1 + \frac{\Delta^2 \times I - 1}{\Delta \times I + 1} \right)$$

$$n_s \varphi = 2n_1 F_1 \left(\frac{H}{h_b} - 1 \right)$$

$$m_1 = \frac{H \nu \gamma}{R_s} \left\{ (1 + 2 \eta') - (\alpha + \eta') \frac{1 + 2 \sin \varphi}{\cos \varphi} \Delta n_1 \right\}$$

$$m_2 = \frac{h_b^2 \nu_b \gamma}{H R_s}$$

Le plan du mur étant vertical, on a évidemment $N_s = 0$. Quant au point d'application de la résultante des poussées, on ne commet généralement qu'une faute légère en admettant, comme pour le mur à parement arrière droit :

$$\Gamma = \frac{1}{3} \frac{1 + 3 \eta'}{1 + 2 \eta'}$$

Si l'on voulait disposer le mur à console ou le mur de RABUT sans empattement — procédé simple mais non économique — on devrait effectuer le calcul de l'épaisseur de ces murs en remplaçant dans les formules (29) ou (30), R par R_s . Toutefois les formules précitées ne sont valables dans ce cas que dans un domaine assez restreint (jusqu'à 2 à 5 m. de hauteur environ).

6. Autres conditions de stabilité

La condition, posée fréquemment, que le mur soit stable en soi, peut être exprimée comme suit :

$$\frac{\sum \Omega_i x_i}{\sum \Omega_i} < c_b$$

où Ω_i désigne la surface élémentaire et x_i son bras de levier relatif au point C. Il vient

$$3 c_b^2 - 6 \Psi' c h \frac{\rho c + d - c_b}{h_b} - h_b^2 \operatorname{tg}^2 \beta > 0$$

La condition que le mur ne puisse glisser sur son assise s'exprime d'après (35) comme suit :

$$\frac{(1 + 2 \eta') - n_s}{n_s + (1 + 2 \eta') \operatorname{tg} \omega' + n_s \operatorname{tg} \omega'_b} < \operatorname{tg} \varphi_s$$

où
$$n_s = \frac{h_b^2 \nu_b}{H^2 \nu} \quad \text{et} \quad n_s = \frac{2 \Omega' \gamma_m}{H^2 \nu \gamma}$$

Ω' désignant la surface du profil y compris la semelle.

Si l'on devait avoir recours à la disposition spéciale d'après la fig. 18, la section $EB = c'$ peut être calculée au cisaillement sommairement comme suit :

$$c' \geq 1.5 \frac{Q - N \operatorname{tg} \varphi_s}{T}$$

où T désigne le taux-limite du béton au cisaillement.

Enfin, la hauteur h_b de l'empattement doit être, en principe, vérifiée au double point de vue de la flexion et du cisaillement.

SECONDE THÈSE

Propositions données par la Faculté :

CONSTITUTION DES BRIQUES DE SILICE

VU ET APPROUVÉ :

Nancy, le 16 avril 1937.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

R. CORNUBERT.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Nancy, le 20 avril 1937

*Le Recteur de l'Académie,
Président du Conseil de l'Université,*

L. BRUNTZ.

LITTÉRATURE

1. BOUSSINESQ (J.). — Essais théoriques sur l'équilibre des massifs pulvérulents. Bruxelles, 1876.
2. BOUSSINESQ (J.). — Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques, Paris, 1885.
3. GOUDIN (J.-B.). — Etudes comparatives sur la poussée des terres et les murs de soutènement. Paris, 1899.
4. DUBOSQUE (J.). — Murs de soutènement.
5. MEHRTENS (G.-Ch.). Vorlesungen über Statik der Baukonstruktionen und Festigkeitslehre, II. Band.
6. MÜLLER-BRESLAU. — Erddruck auf Stützmauern.
7. KECK-HOTOPP. — Vorträge über Elastizitätslehre.
8. KREY (H.). — Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes.
9. RABUT (Ch.). — L'élargissement du goulot de Saint-Lazare à Paris. Encorbellement de la tranchée des Batignolles (*Génie Civil*, n^{os} 1.1477 et 1.478, 1^{er} et 8 décembre 1910).
10. RÉSAL (J.). — Poussée des terres. I^{re} et II^e partie. Paris 1903-1910.
11. LECORNU (Léon). — Cours de mécanique, t. III.
12. BOUASSE (H.). — Résistance des matériaux, 1920.
13. MESNAGER (A.). — Cours de résistance des matériaux. Paris, 1928
14. PIGEAUD (G.). — Résistance des matériaux et élasticité, 1934.
15. DREYFUSS (E.). — Leçons sur la théorie de l'élasticité et ses relations avec la résistance des matériaux. Paris, 1932.
16. ESPITALIER (G.). — Le Bâtiment.
17. KURT BEYER. — Die Statik im Eisenbetonbau [*Deutscher Beton-Verein* (E. V.)]. Eisenbetonbau, Entwurf und Berechnung, II. Band Stuttgart, 1927.
18. MÖRSCH (E.) Der Eisenbetonbau. II. Band, 1. Hälfte. Stuttgart, 1926.
19. TERZAGHI (Ch.). — La science des fondations. Son état actuel, son avenir (*La Technique des travaux*, novembre et décembre 1929)
20. RITTER (M.). — Vorlesungen über Baustatik II., 1. Teil. Erddruck, Stützmauern und Fundamentpressungen.
21. Handbuch für Eisenbetonbau. XIV. Band. Silos, landwirtschaftliche Bauten.
22. CUVELIER (J.) et SKOMOROKOFF (W.). — Quelques considérations sur les anciennes théories de la poussée des terres (Traduit et remanié des Etudes du Docteur Terzaghi. *La Technique des Travaux*, février 1929, page 125).

23. GOLDIE (A.). — Répartition des charges unitaires dans un tas de minerai (*La Technique des Travaux*, juin 1929, page 377).
 24. HUGI (H.). — Untersuchungen über die Druckverteilung im örtlich belasteten Sand., Zurich, 1927.
 25. GERBER (E.). — Untersuchungen über die Druckverteilung im örtlich belasteten Sand. Zurich, 1929.
 26. KLEIN (A.-S.). — Ouvrages en pleine terre (*Le Constructeur de Ciment armé*, avril 1934).
 27. CAQUOT (A.). — Equilibre des massifs à frottement interne. Paris, 1934.
 28. MUND (O.). — Die Verteilung des Erddrucks bei gleichförmiger Auflast nach der Theorie von Coulomb (*Bautechnik*, 1935, Heft 20).
 29. Etude de laboratoire sur la poussée et la résistance des terrains (Compte rendu des dernières recherches de M. Terzaghi. *La Technique Moderne*, mars 1936).
 30. BARBEROT (E.). — Aide-mémoire de l'Architecte et du Constructeur.
 31. ESPITALIER (G.). — Notes et formules de l'Architecte.
 32. HÜTTE. — Manuel de l'Ingénieur, 1919.
 33. FOERSTER. — Taschenbuch für Ingenieure.
 34. Betonkalender 1936.
 35. KONDOR (E.). — Sur la théorie de l'équilibre des terres de M. Caquot. *Comptes Rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. 204, n° 14, page 1054, 5 avril 1937.
-

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
NOTATIONS	7
INTRODUCTION	11

CHAPITRE PREMIER

La poussée des terres

1. Sur la poussée des terres en général	13
2. Surcharge uniformément répartie sur le terrain (Théorie de M. CAQUOT)	19
3. Surcharge isolée ou restreinte sur le terrain	22
4. Poussée de l'eau. Changement des caractéristiques de la terre à la profondeur h_1	28
5. Terrain à changement d'inclinaison	30

CHAPITRE II

Calcul de l'épaisseur des murs de soutènement

1. Cas général	31
2. Profil de mur en trapèze	34
3. Mur à parement avant parabolique	37
4. Le mur à console et le mur de Rabut	38
5. Cisaillement	43
6. Exemples	43
7. Conclusions. Le « profil idéal »	46

CHAPITRE III

Calcul des murs de soutènement au point de vue de leur assise sur le sol

1. Considérations générales	53
2. Méthode approximative	56
3. Calcul strict basé sur la formule (32)	57
4. Calcul auxiliaire basé sur la relation $3MR_s = 2N^2$	61
5. Application au mur à console et au mur de Rabut	64
6. Autres conditions de stabilité	65
LITTÉRATURE	67

